

प्रेजी भाषेंत आहे त्याचें

व्यांतर

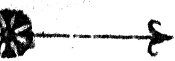
जर्ज जार्विस साहेब यांनी

भाषेंत केले

मी ही पुनरावृत्ति

मबाग येथील छापरवा न्यांत

पेली.



रामचंद्र ठकार.

४० इ.स.वी.



७७०

७८

मपुणे



30801

~~मौवीकत एवम कृद् मृगल~~

~~कल दीपक एवम कृद् मृगल~~

~~सायाकत एवम कृद् मृगल~~

~~मृगल एवम कृद् मृगल~~

मृगल

~~मृगल एवम कृद् मृगल~~

~~मृगल एवम कृद् मृगल~~

~~मृगल एवम कृद् मृगल~~

नुक्रमणिका.



पाटी.	-	-	-	१
-	-	-	-	१२
-	-	-	-	१९
-	-	-	-	२२
-	-	-	-	२८
-	-	-	-	३७
-	-	-	-	५४
-	-	-	-	६४
-	-	-	-	७१
-	-	-	-	१०७
-	-	-	-	११५
-	-	-	-	१२४
-	-	-	-	१२९
-	-	-	-	१५९
-	-	-	-	२०९
-	-	-	-	२३४
-	-	-	-	२५२
-	-	-	-	२५४
-	-	-	-	२६१

गणित.

लिहिण्याची परिपाटी.

मणजे विवक्षित संख्यांचे अंकांचाचू
णितकरण्याची विद्या. ही गणित-
आहे.

वपदार्थजातींचे संख्यांचे स्थानी
तीं जीं कामें करायाचीं आहेत, ज
ही इत्यादिक, तीं सर्वकिती एकस्व
चिन्हें करून होतात.

उदाहरणामध्ये किती एक पदं व्य-
सांगितलीं आहेत, ज्यांस भास्क
रूप झटलें आहे, आणि जीं दुस

ठाऊक किंवा सांगितलीं नाहीत,
जगणितांत यावतू तावतू इ-

त. इंग्रजी गीतींत व्यक्त संख्या
व आरंभीचीं अ व क इत्यादिक
व्यक्त संख्या दाखवायास मूळ लि
त्यादिक अक्षरें घेतात.

रीं जीं चिह्ने आहेत त्यांस कार्य

गतात, तीं लिहितों.

वणी दाखवितें, या ठिकाणीं अधिक
धन चिन्ह ह्मणावें.

वाकी दाखवितें, या ठिकाणीं उणें
मृणचिन्ह ह्मणावें.

चिन्ह गुणाकार दाखवितें, या ठि
गतात. ज्या संख्या प्रकाशक अक्ष
वा आहे तीं अक्षरें चिन्हावांचून-
आसतां त्यांचा परस्पर गुणाका

कार दाखवितें, या ठिकाणीं भा-

ळ दाखवितें; ५ हें चिन्ह घनमू
चतुर्घातमूळ दाखवितें; या प्र
चिन्ह नसंख्याघातमूळ दाखवि

शे अथवा प्रमाण दाखवितें.

दाखवितें, या ठिकाणीं बरोब
ह्मणजे असा शब्द बोलतात.

चे चिन्हांचीं उदाहरणें लिहितों.

कीं, बरे संख्येस अन्वी संख्या

ह दाखवितें कीं, अचे संख्येंतू-

आणि व या दोन संख्यांची
या दोन संख्यांत लाहान कोण
वेदित नाही.

किंवा अ० व हे चिन्ह अ
गुणाकार दाखवितें.

हे चिन्ह दाखवितें कीं, अची

दाखवितें कीं, जसें अ प्रमा-
ण हुला होते.

हे समीकरण आहे, तें दाख
संख्यांची वजाबाकी करून त्यां
क्षेपे बरोबर आहे.

मचें वर्गमूळ दाखवितें.

मूळ दाखवितें. ५ अथ

मूळ दाखवितें. ५ अ अ

घातमूळ दाखवितें. ५

म संख्या आहे तितकें अ

णि त्यामुळाचा न संख्या घा

याचा भागाकार येईल तितकी अची
न वाढवावी, किंवा मूळ काढावे.

वर्ग दाखविते. ह्यणजे अ.अ. अं
ते ह्यणजे अ.अ.अ. अं हे अचा
अं हे नची संख्या आहे तितका
न.

अथवा (अ+ब) क हे अ+ब
याने गुणिले असता जो गुणाकार हो
याप्रमाणे वरती रेघ किंवा () याप्र
माणे कोंस हे चिन्ह वियुक्त पदे परस्पर
क असे दाखविते.

-ब अथवा व्यवहारी अपूर्णाकरीती
भागिला अ-बने यापासून जो
विते.

अथवा (अब+कड) हे अब+
चें वर्ग मूळ दाखविते, आणि क
अथवा क (अब+कड) हे हे अब
दाचें वर्ग मूळ क या एकपदाने गुणून
तो दाखविते.

अथवा (अ+ब-क) हे अ+
हाचा घन दाखविते.

ज्या ३ यांणी गुणावी असें दाखवि
) हे अ + व यासंयुक्तपदाचे सं-
 मसें दाखविते, आणि ३ क्षहे तीन
 मसें दाखविते.

तींच होत ज्यांची अक्षरे आणि वर्ग
 अ आणि ३ अ अथवा २ अव
 ३ अवक आणि — ५ अवक.
 तींच होत ज्यांची अक्षरे आणि वर्ग
 हेत, जसें अ आणि व, अथवा २
 ३ अव आणि ३ अवक.

होय ज्यांत एकच रकम आहे.
 अव, अथवा ६ अवक.

तींच होत ज्यांत दोन तीन आदि-
 रस्पर संबद्ध आहेत, जसें अ + व
 अथवा अ + २ व — ३ क.

संयुक्त पदांत दोन च रकमा आहे
 पद ह्मणतात, जसें अ + व —
 हेत तेव्हां त्यास त्रियुक्पद ह्मण
 — ३ क — जेव्हां त्यांत चार र-
 चतुर्युक्पद ह्मणतात, जसें
 ५. आणि याप्रमाणेंच पंचयुक्पद

गावी. आणखीही ज्यांत बहुत रक
युक्पद ह्मणतात.

युक्पदांत एक रकम ऋण आहे
द ह्मणतात. जसें अ—२ब.

तींच होय जें मिळवायाचें आहे, ज्यास
काशक चिन्ह जोडिलें आहे, जसें + अ.
कोणतेही चिन्हावांचून असेल तेव्हां
मजावें, जसें अ ह्मणजे + अ.

तींच होय जें वजाकरायाचें आहे, जसें
अब अथवा—३अ ब.

म्हें तींच होत जीं सर्व (+) धन किं
माहेत.

म्हें तींच होत ज्यांत कितीएक (+)

(—) ऋण अशीं आहेत.

पदाचा वेळाप्रकाशक तोच होय

जें लिहिला आहे, जसें ३अब

काशक आहे.

जे कोणतेही पद, जसें अ, त्याचें

अ, अ, याप्रमाणें पुढें ही.

क अथवा घातमूलप्रकाशक तो

पदाचें वर्गादिक अथवा वर्गमूळ

२ हा अंक वर्गप्रकाशक, जसें
 प्रकाशक, जसें अ^१; आणि ३ हा
 अ^२ अथवा √ अ; आणि ३ हा
 अ^३ अथवा √ अ.

तेच होय ज्यास मूळप्रकाशक
 अथवा २ अव.

अथवा करणी तीच होय ज्याचें

पूर्णांकांतच येत नाही, जसें

यांचें वर्गमूळ केवळ पूर्णांकांत

मूळप्रकाशक (√) जोडिला

अथवा √ अ अथवा √ अ किंवा

त, जसें २^१, अ^२, अ^३.

हाचा व्युत्क्रम तोच होय जें

त्यापदानें भागिलेला, जसें

व्युत्क्रम हा होय^३, आणि अ^३ या

व्युत्क्रम हा होय^३.

कपदाचे संख्या निवेदनार्थ का

त्याक्रमानें लिहावी, जसें अ

या प्रमाणें लिहितां येता. अ

अ, ब, क, याचा गुणाकार

अ ब क, अथवा अकब, अ

अथवा ब क अ, अथवा क अ
यांत कोणताही प्रथम गुणिला
णाकार बरोबरच येतो.

संयुक्त पदाच्या वेगळाल्या रकमा
स येईल तशा क्रमानें लिहाव्या,
अर्थ बराबरच आहे. जसें ३ अ

ब क हे असेही लिहितां येता

क - २ अ ब, अथवा या प्रमा

अ - २ अ ब, किंवा या प्रमाणें

अ ब क + ३ अ इत्यादि, ह्रण-

आणि ३ अ यांचे बेरजेतून २

बाकी राहती तिचे बराबर दाख

रून धन रकम आरंभी लिहिता

याच्या समजावयाकरितां किती

ळाल्या चिन्हांचे संयुक्तपदांपा-

उदील उदाहरणांत अ = ६,

, ई = ०

९
हरणें.

अब — कै याची संख्या.

उत्तर, $36 + 90 - 96 = 110$

अब + कै याची संख्या का

उत्तर, $432 - 540 + 68 = -48$

ब-२ अब क याची सं-

उत्तर, $36 \times 99 - 240 = 954$

कै याची संख्या काय होती?

उत्तर, $\frac{316}{2} + 96 = 92 + 96 = 188$

कै अथवा २ अक + क

उत्तर, $\sqrt{68} = 8$

बक
क + क याची संख्या काय हो

उत्तर, $2 + 40 = 42$

याची संख्या काय होती?

उत्तर, $\frac{36}{2} = 18 = \frac{36}{2} = 18$

$\sqrt{2}$ अक + कै याची सं

१०

उत्तर, $१ + ८ = ९$

- अक + $\sqrt{२}$ अक + क याची

उत्तर, $\sqrt{२५ - २४ + ८} = ३$

ब + क - ड याची संख्या काय

उत्तर, १८३

अ ब - १० ब + क याची सं

तर, $२७० - २५० + ४ = २० + ४ = २४$

× ड याची संख्या काय होती?

उत्तर, ४५

× $\frac{ब}{ड}$ याची संख्या काय होती?

उत्तर, १३ $\frac{३}{४}$

ब — $\frac{अ-ब}{ड}$ याची संख्या काय

उत्तर, १ $\frac{३}{४}$

- + ई याची संख्या काय होती?

उत्तर, ४५

× ई याची संख्या काय होती?

उत्तर, ०

$\overline{ड-ई}$ याची संख्या काय

उत्तर, १

$\overline{क-ड}$ याची संख्या

उत्तर, ८

$\overline{ब-क-ड}$ याची संख्या

उत्तर, ६

$\overline{ड}$ याची संख्या काय होती?

उत्तर, १४४

$\overline{ड-ड}$ याची संख्या काय

उत्तर, २३

$\overline{बेई + ड}$ याची संख्या का

उत्तर, १

$\overline{\frac{अ+ब}{क-ड}}$ याची संख्या का

उत्तर, $१८\frac{१}{२}$

$\overline{ब + \sqrt{अ-ब}}$ याची संख्या

१२

उत्तर, ४०४९३६२४९

अ कौ + $\sqrt{अ - ब}$ याची सं

उत्तर, २९२०४९७९४२

अ - २ अ $\sqrt{अ - ३ अ ब}$ या

उत्तर, ७२

मिळवणी

मिळवणी तीच होय जें वेग
चे झांतीं जोडून लिहिणें. जेव्हां
तेव्हां तीं एकत्र मिळवून त्यांची
 $३ अ + २ ब - २ अ$ यांची

मिळवणीचे रीतीचे प्रकार ती-

ए आणि त्यांचीं चिह्ने हीं सरू

आहेत, परंतु त्यांची चिद्धे.

आहेत, त्यांची कामे पुढे

प्रकार

सरूप आहेत आणि त्यांची

आहेत त्यांची जाति लक्ष्यांत आणिली
या प्रकारांची कारणे स्वल्यांत समजांत
पुढे आहेत ३ अ आणि ५ अ. आतां ये
तीच वस्तु दुसरे रकमेंतीलही अनि
स्तू पुनः ५ वेळां एकूण ८ वेळां, परंतु
या निवेदितो तर ३ अ ३ रुपये आ-
जे ८ रुपये जाली. याप्रमाणें-२ अब
स्तू-२ आणि तीच वस्तू-७ हे दोनी-

च सरूप आणि चिद्धे विरूप, या प्र
जांत येईल, कीं मिळवणी ह्मणजे
मीनें एकच मिळवावी, जशीं त्यांचीं
जात, ह्मणजे मिळवणी आणि वजा

जाकरितां असें आल्यास एकाचा
ला पाहिजे, असा कीं त्या पदांची ए

रीति.

शक मिळवून त्यांची बेरीज लिहावी,
दांचे अक्षर पुढे लिहावे, आणि प्रकाश
- ऋण असेल ते आदेश जोडावे.

आणि ५ अ या दोहोंची बेरीज ८ अ होती.

आणि - ७ अब यांची बेरीज - ९ अब हो

ब आणि ७ अ + २ ब यांची बेरीज १२

कारांत जेव्हां सर्वपदे विरूप आहेत तेव्हां स्पष्ट दि
रकमेंत कदापि येणार नाहीत सुणोन त्यांची बेरीज
चे चिह्नांनी जोडिल्या वाचून दुसऱ्या रीतीने कदापि
रूपया निवेदितो आणि ब एक पैसा तर अ आणि ब
होणार नाही. सुणजे २ रूपये किंवा २ पैसे नाही
किं एक रूपया अधिक, एक पैसा.

गी हा शब्द चांगले प्रकारे लागत नाही. एथें जित
तेतका पूर्ण अर्थ या शब्दा पासून मिळत नाही. तेका
पदे एकत्र मिळतील तर मिळवावी, न मिळतील तर
अनुक्रमें लिहावी. जेव्हां वेगळाल्या पदांत किती
क - ऋण आहेत. तर त्यांत सरूप पदे असती
करिता येतील.

मिळवणी पाहणें कोठें अनेक एकमांची एकरक
करणें, असें परम आश्चर्य दिसतें, परंतु मिळ
करण किंवा बाकी असा येथें मनांत आणिल्या
हो असें दिसेल.

करितांदुसरीं उदाहरणें

३ वक्ष
५ वक्ष
४ वक्ष
२ वक्ष
७ वक्ष
वक्ष

२२ वक्ष

५ क्षय
+ क्षय
४ क्षय
२ क्षय
३ क्षय

१५ क्षय

१२ य
७ य
२ य
४ य
य
३ य

२९ व

वक्षय
२ वक्षय
५ वक्षय
वक्षय
३ वक्षय
६ वक्षय

१८ वक्षय

२ अक्ष-४ य
४ अक्ष- य
अक्ष-३ य
५ अक्ष-५ य
७ अक्ष-२ य

१९ अक्ष-१५ य

४ अ- ४ व
५ अ- ५ व
६ अ- व
३ अ- २ व
२ अ- ७ व
८ अ- व

२८ अ-२० व

५ क्षय-३ क्ष+ ४ अव

८ क्षय-४ क्ष+ ३ अव

३ क्षय-५ क्ष+ ५ अव

क्षय-२ क्ष+ अव

४ क्षय- क्ष+ ७ अव

२९ क्षय-१५ क्ष+२० अव

दुसरा प्रकार.

पदे सरूप आहेत परंतु त्यांचीं चि

रीति

राकांची बेरीज घ्यावी आणि ऋण वे
त घ्यावी, नंतर या दोन बेरजांत जी अ
उणी बेरीज बजा करून बाकी राही
धिक बेरजेचें प्रकाशकचिद्रंजें असे
त्याचे पुढें या बाकी सरूप पदाचें अ

णि-३ अ यांची बेरीज + २ अजाली.

+ ३ अ यांची बेरीज - २ अजाली.

जावया करितां दुसरीं उदाहरणें.

३ अ क्षे + ८ क्षे - ३ य

४ अ क्षे - ५ क्षे + ४ य

८ अ क्षे - १६ क्षे + ५ य

६ अ क्षे + ३ क्षे - ७ य

५ अ क्षे + २ क्षे - २ य

२ अ क्षे - ८ क्षे - ३ य

बै यै
बै यै
बै यै
बै यै
बै यै

+४ अब +४
-४ अब +१२
+७ अब -१४
+ अब + ३
-५ अब -१०

र ब र यै

+३ अब -६

√ अक्ष

+३ य +४ अक्ष रे

√ अक्ष

- य -५ अक्ष रे

√ अक्ष

+४ य +२ अक्ष रे

√ अक्ष

- २ य + ६ अक्ष रे

√ अक्ष

+४ य + ७ √ अक्ष

राप्रकार..

विरूप आहेत तेंका.

ति.

न प्रकारं प्रमाणं सरूपपदं

णिजीं विरूप असतील तीं त्यां

वर्तमान एकापुढें एक जोडून

हरणें

-१२ क्ष

४ अक्ष -१३ + ३ क्ष

३ क्षय

५ क्ष + ३ अक्ष + ९ क्ष

-२ क्षय

७ क्षय - ४ क्ष + १०

+४ क्ष

√ क्ष + ४० - ६ क्ष

-८ क्ष

१७ अक्ष + ८ क्ष + ७ क्षय

१४ अक्ष-२ क्षे	९-१० √ अक्ष-५ य
५ अक्ष+३ क्षय	२ क्ष+७ √ क्षय+५ य
८ य-४ अक्ष	५ य+३ √ अक्ष-४ य
३ क्षे+२६	१०-४ √ अक्ष+४ य

४ √ क्ष-३ य	३ अ+९+क्ष-४
२ √ क्षय+१४क्ष	२ अ-८+२ अ-३ क्ष
३ क्ष+२ य	४ क्षे-२ अ+१८-७
-९-३ क्षय	-१२-अ-३ क्षे-२ य

णखीउदाहरणें.

ब आणि ३ अ-५ ब यांची बेरीज का
अ-५ ब.

-८ क्ष आणि ३ अ-४ क्ष यांची बेरी
८ अ-१२ क्ष

-५ ब+ अ+८ आणि-५ अ-४ क्ष
ज काय होईल? उ. २ क्ष- ब-४ अ+५

ब-३ क-१० आणि ३ ब-४ अ+५ क

यांची बेरीज काय होईल? उ. ५ अ+१५ क

ब आणि अ-ब यांची बेरीज काय

१+२ ब

१-१० आणि क-ड-अ आणि
यांची बेरीज काय होईल? उत्तर०+

अ-२ब-१७-३क-३
क आणि २अब-३ अ+
काय होईल? उत्तर०

+२अब+बक-क.
क-ब आणि अब-अबक

हल?
+ ३क + ३अब - ३अब

व+१०क्ष-६, ड-७ क+९०आ-
ब+६, ड-१० यांची बेरीज का-

अ-४५+१२क्ष-१२क

जाबाकी.

पदापासून कांहींही वजा कराया

के ओळींत लिहावे, नंतर जें पद

तसेच त्याचे खाली लिहावे, असे

खाली एक अशीं येतील.

ओळींतील चिह्नं+धन आणि-क,

दल करून लिहावीं, अथवा बदल के
पाणावे. नंतर मिळवणीचे रीतीनें तीं
रावीं.

उदाहरणे.

१ क्ष-४ य+८	८ क्षय-३+६ क्ष-य
६ क्ष+५ य-४	४ क्षय-७-६ क्ष-४ य
३ क्ष-९ य+१२	४ क्षय+४+१२ क्ष+३ य
४ य-३ य-४	-२०-६ क्ष-५ क्षय
२ य+२ य+४	३ क्षय-९ क्ष+८-२ अय
२ य-५ य-८	-२८+३ क्ष-८ क्षय+२ अय
५१ क्षय+२ क्ष१ क्षय	७ क्ष+२१ क्ष-१८+३ व
७१ क्षय+३-२ क्षय	९ क्ष-१२+५ व+क्ष

आश्रय हाच आहे कीं मिळवणी आणि वजाबाकी याची
पर विरुद्ध आहेत, हे त्यांचीं चिह्ने दाखवितात. आणि
रे धनपदांशीं मिळवितां असें कार्य होतें, कीं धनपदांतू
नपदवजाकेलें, आतां वजाबाकी मिळवणीशीं विरुद्ध
द कोणत्याही दुसऱ्या धनपदांतून वजाकरणें हें त्याचे
द धनपदास मिळविलें, या रीतीनें एक ऋणपद मिळवि
कीं एक धनपद मिळविलें. याप्रमाणें कोणत्याही पदां
प्रणजे+ धन ठिकाणीं-ऋण आणि-ऋण ठिकाणी
त्यापदांची जातिही बदल होती, प्रणजे पूर्वी वजा
मिळवणीचें रूप जालें.

(अ+ब) ३ क्षयै+२०अ॥ (क्षय+१०)

(अ+ब) ४ क्षयै+१२अ॥ (क्षय+१०)

४२ (अ+ब) ३ क्षयै-४ क्षयै+८अ॥ (क्षय+१०)

वी उदाहरणें.

अ-ब हेव जाकर $उ० ब+२$

यांतून ब+अ हेव जाकर

यांतून ३अ+५ब हेव जाकर $उ० ३अ+३ब$

यांतून ४अ-३क्ष हेव जाकर $उ० +अ-९ब$

अ-२ब+५यांतून $८-५$

जाकर $उ०-३क्ष-५अ+३ब-३$

+क-ड-१० यांतून क+२अ

अ+ब-१०

+क-ड-१० यांतून ब

$उ० + क-३$

ब-४ क+बक-ब यांतून

र, २अब-३ओ-३क+बक

अ+अब-अबक यांतून ब

जाकर ओ-ब+नेक उतर

अ-४ ब+५ यांतून ४ ब

जाकर $उ० + ८क्ष + ९अ - ८ब, १०$

८३ =

२ क्ष-३ अ+४ ब+५ क-५० यांतून
 -६ क-४० हेवजाकर. उ०-क्ष-१२अ
 अ-४ ब-१२क+१२क्ष यांतून २क्ष-८
 वजाकर. हेउत्त १४अ-८ब-८क

गुणाकार.

गुण्य आणि गुणक यांचीं पदे ए
 युक्त, याजवरून त्याचे अनेक प्रकार

प्रथमप्रकार.

आणि गुणक हीं दोनही पदे एका

रीति.

जे गुणक यांचे वेळाप्रकाशक परस्पर
 र दोन रकमांचीं जीं अक्षरे आहेत तीं सर्व
 ारा पुढे लिहावीं, ह्यणजे हे सर्व मिळून

जे गुणक यांचीं चिन्हे सरूप अस-
 (+) धन होतो. आणि तीं विरूप अ

ऋण होतो.*

इरणे.

० अ	- ६१	हेगुण्य.
४ क	- ४ अ	हेगुणक.
<u>२८ अक</u>	<u>२४ अक्ष</u>	हागुणाकार.

ल लिहिल्यावरून समजात येतो.
णायाचा आहे, पांतील अर्थ हा कीं,
क्यावेळां + अ घेतला पाहिजे. आतां
न होती. यांतून निघतें कीं + अ x + क

रस्पर गुणायाची आहेत तर कोणते
र बरोबर येईल. ह्मणजे अ x क आ
ज करितां जेव्हा - अ हा + क याणें
गुणायाचा आहे, पांत अर्थ हा आहे
तितक्या वेळां - अ घेतला पाहिजे.
बेरीज ऋण होते यांतून निघतें कीं
ही गुणाकार - अक होतात.

र गुणायाचे आहेत, एथें जी संख्या
वजा केला पाहिजे, परंतु ऋण व
बेरील ही प्रमाणें घेनाचे मिळ
अक.

करितां (अ-अ) x - क हें ही = ०
यास गुणाकार • शून्य होईल. आ
- अ क हें दुसरे प्रकारा प्रमाणें
दुसरी रकम - अ x - क = निश्च
ज • शून्या बरोबर होईल, याप्र
घतें कीं - अ x - क = + अ क

१० क्ष	- २ क्षय	- ४ क्षय
११ क्ष	३ क्षय	- ५ क्षय
१२ क्ष	- ६ क्षय	४ क्षय
१३ क्ष	३ क्षय	- ५ क्षय
१४ क्ष	- ४	- ५ अक्ष

दुसरा प्रकार.

आणि गुणक यांत एक संयुक्त पद

रीति.

ची एक एक रकम वेगळाली एक पदा
गुणावी, गुणाकार येईल तो एकापुढे ए
ने युक्त करून अनुक्रमाने लिहावा. ह्म
गुणाकारजाला.

उदाहरणे.

३ अक्ष - ४ व	२ अक्ष - ३ क + ५
३ अ	ब क
९ अक्ष - १२ अव	२ अवक्ष - ३ वक्ष + ५ वक्ष
२५ क - ७ व	४ क्ष - व + ३ अव
- २ अ	२ अव
१० क्ष - ३ य	३ अक्ष - २ क्ष - ६ व
- ४ क्ष	२ अक्ष

प्रकार.

गुणक हीं दोनही संयुक्तपदें

ति.

गल्या रकमा गुणकांचे सर्व वे
रुमें गुणाव्या, अशा कीं गुण्या
कानें गुणिली जाईल. गुणां
एक अथवा एकापुढें एक अ-
जीं सरूपपदें असतील तीं
सर्व मिळून गुणाकार जाला.

हरणें.

	२ क्ष + क्षय - २ य
	३ क्ष - ३ य
५ य	६ क्ष + ३ क्षय - ६ क्षय
क्षय - १० य	- ६ क्षय - ३ क्षय + ६ य
य - १० य	६ क्ष - ३ क्षय - ९ क्षय + ६ य
य	अ + अव + व
य	अ - व
क्षय	अ + अव + अव
क्षय + य	- अव - अव - व
क्षय + य	अ * * - व

पदांस परस्पर गुणितात तेव्हां गुणा
कडून करावा ह्मणजे अंकगणित गु
आणि गुणाकार लिहिते समर्थी पूर्व
सोडून दुसरे ओळीचा आरंभ करा
ओळीस एक एक स्थान सोडून अ
सरूप रकमा एकाखाली एक येऊन
म पडणार नाही.

संयुक्त पदांचा गुणाकार असा लिहि
सांखळीत लिहून मध्ये गुणाकाराचे

$(ब) \times (अ-ब) \times ३$ अ ब. अथवा
अ-ब. ३ अ ब.

उदाहरणे.

क यांस २ अ यांनी गुण.

गुणाकार, २० अ ६ क.

२ ब यांस ३ ब यांनी गुण.

गुणाकार, ९ अ ६ ब-६ ब

+ २ ब यांस ३ अ-२ ब यांनी गुण.

गुणाकार, ९ अ-६ ब

क्षय + य यांस क्ष + य यांनी गुण

+ अबे बै यांस अ-ब

गुणाकार, ओ-ब

बैयांस अ- अब+बैयां
देवे-अवे+अवे+बै

+५ यांस क्षे+२ क्षय-५यां
क्षे-५क्षे+२२क्षय-३०

क्ष+५ क्षेयांस २ अ-४ अ
१० अ-१८ अक्षे+२ अक्षे-६

ये+३ ये यांस २ क्षे-३ क्षेये

क्षे-६क्षेये-६क्षेये-६यहेयु

ब+बै यांस अ-२ ब यांनी

बैअ-बै
१-६क्षेये-३क्षेये-१५क्षेये

भागाकार.

त भागाकार अंक गणिता प्रमाणेंच
 ठा आहे, आणि अंकगणिता प्रमाणें
 वेकडे भागीत जावें. भाज्य निःशेष
 र वर सांगितल्या रीतीनें भागून भा
 से न होईल तर व्यवहारी अपूर्णा करी
 हून खाली भाजक लिहावा. त्यांत ही
 करावा आणि लिहावा. त्याचे प्रकार

प्रथम प्रकार.

आणि भाजक हे दोनही एका की

प्रमाणें भाजक भाज्याचे मागें अथवा
 रीतीनें भाज्याचे खाली अशा तऱ्हेनें
 व्या, नंतर भाज्य भाजकांचा होईल ते
 त्याची रीतिही आहे कीं, या दोन रक-
 अक्षरें असतील तीं दोनही रकमांतू
 भाजक वेळाप्रकाशकानें भाज्य वेळा
 अथवा व्यवहारी अपूर्णा करीतीनें त्या

नून संक्षेप करावा.

क यांचीं चिह्नें सरूप असल्या
नो आणि तीं विरूप असल्या
तो.*

हरणें.

३ अ यांनीं भाग.

थवा ३ अ) ५ अब (अथवा

भागाकार हे परस्पर गुणिले असता

दोनही (+) धन आहेत तेव्हां भागा
कारण, धन भाजक धन भागाकारा
धन होतो.

क हे दोनही (-) ऋण आहेत तेव्हां ही
ऋण भाजक × ऋण भागाकारानें तर

यांत एक धन आणि एक ऋण असें
ऋण होईल. कारण, धन भाजक ×
(-) ऋण होतो. अथवा ऋण भाज
भाज्य (-) ऋण होतो.

कांचीं सरूप चिह्नें भागाकारास (+)
कांचीं विरूप चिह्नें भागाकारास (-)

-क- $\frac{क}{क}$ = १ आणि अवक्ष ÷ वक्ष

अक्षै यांस ८ क्ष यांनीं भाग.

भागाकार, २ क्ष

अक्षै यांस - ३ अक्ष यांनीं भाग.

भागाकार, - ४ क्ष

अयै यांस ३ अय यांनी भाग.

भागाकार, - ५ य

अक्षै य यांस - ८ अक्ष य यां

भागाकार, $\frac{५क्षय}{४क्ष}$

दुसरा प्रकार.

युक्तपद आहे आणि भाजक एका

रीति

रकमा पूर्वरीती प्रमाणे भाजकाने

उदाहरणे.

(अ + ब) ÷ २ व, अथवा $\frac{अ + ब}{२ व}$

+१५अक्ष) ÷ ५ अ, अथवा

-४०क्ष) ÷ क्ष, अथवा

भागाकार, ३०अ-४०

अक्ष + अ यांस २अ यांनीं

क्ष + ३ हेउत्तर

६क्ष + ६अ यांस ३क्ष यांनीं

+ २अ उ०१

क्ष

+ १२अवक्ष-९, औब यां

+ २क्ष + ४क्ष-३अ

-१५क्ष-२५क्ष यांस ५क्ष यां

२अ-३क्ष-५

-१५अकक्ष+ ५ अड यां

उर ३अव + ३क्ष + ३

अय-१०य यांस २१अयां

र $\frac{६}{७} + \frac{५}{७} - \frac{६५}{७३}$

२० डेबे + ६० अबे यांस - ६ अब यां

५-२० डेबे - १०० अबे
- ६५ अब

तिसरा प्रकार.

आणि भाजक हे दोनही संयुक्त पदेंच

रीति.

पहिली रीतीने भाज्य भाजक लिहावे, ह्म
लिहावा, नंतर भाज्य लिहावा. आतां
वांकडी रेघ करावी, आणि दोहोंत
ल तीं मोठे घाता पासून उतरतीं लि

पहिलें पद भाजकाचे पहिले पदानें
णि भागावे, आणि भागाकार येईल तो
हावा.

गानें सर्व भाजक पदे गुणून तो गु

रावा.

रचे भाज्यांतून पद खालीं घे
 ावे. याप्रमाणें भाज्याचे प्रतिप
 करावे; जसें अंकगणितां-

ज्यांतून बरोबर जात नाहीं
 ती करीतीनें लिहावे; जशी
 होतात.

इरणें.

+४ अकै-कै (अ-३ अक

क + ४ अकै

क + ३ अकै

+ अकै-कै

+ अकै-कै

✱ ✱

+ वै (अ-ब भागाकार.

+ वै
 + वै

✱

अ-६ अ+१२ अ-८ (अ-४ अ+४

अ-२ अ

अ-४ अ+१२ अ

-४ अ+८ अ

* +४ अ-८

+४ अ-८

* *

अ+ज्ञ (अ-अज्ञ+ज्ञ भागाकार.

अ+अज्ञ

अ-अज्ञ+ज्ञ

-अज्ञ-अज्ञ

* +अज्ञ+ज्ञ

+अज्ञ+ज्ञ

* *

अ+४ अक्ष+४ क्ष (अ+२ क्ष भागाकार.

अ+२ अक्ष

* +२ अक्ष+४ क्ष

+२ अक्ष+४ क्ष

* *

३- अक्ष + अक्ष - क्ष - $\frac{२क्ष}{अ+क्ष}$

३ क्ष

अक्ष

अक्ष-३क्ष

अक्ष+अक्ष

* - अक्ष-३क्ष

- अक्ष-क्ष

* - २क्ष

दाहरणें.

१+४ क्षयांस अ+२क्ष यां

उत्तर, अ+२क्ष

+३ अक्ष-क्षयांस अ-क्ष

उत्तर, अ-२अक्ष+क्ष

अ यांनीं भाग.

उत्तर, १-अ+अ-अइत्यादि अनंत.

यांस ३ क्ष - ६ यांनीं भाग.

उत्तर, ४ क्ष+८ क्ष+१६ क्ष+३२

-५ अँव + १० अँवै - १० अँवै + ५ अ

-२ अब + बै यांनी भाग.

उत्तर, अँ - ३ अँव + ३ अबै - बै

ज्ञै - ९६ अज्ञै - ६४ अँज्ञ + १५०

अ यांनी भाग.

५. २१ ज्ञै - १२ अज्ञ - ५० अँ

- २ वँक्षै + २ वँक्षै - क्षै यांस वँ

क्षै - क्षै यांनी भाग.

- क्षै यांस अ - क्ष यांनी भाग.

- ५ अँक्ष + ५ अक्षै + क्षै यांस अ

५. अँ + ४ अक्ष + क्षै

+ ४ अँवै - ३२ वँ यांस अ + २ व

अँ + २ अँव - ३२ वँ अनंत

४ अँ - वँ यांस ३ अ - २ व यांनी

बीजगणित.

त नामें आणि रीति अपूर्णा
हैं पुढें सांगतों या प्रकाराव

प्रकार.

स विषमअपूर्णबीजाचें रू

ति.

ाचे छेदांनीं गुणून त्या गुणा
वा मिळवणीचे चिन्हांनीं जो
छेद लिहावे ह्मणजे विषम

रणें.

अ - $\frac{१९}{५}$ या दोहोंस विषम

$\frac{९+४}{५} = \frac{१३}{५}$ हैं उत्तर.

$\frac{अक्ष-व}{१३}$ हैं उत्तर.

$1 + \frac{अ^१}{ब}$ आणि $अ - \frac{श^१ - अ^१}{अ}$ या दोहोंस
जाचें रूप दे,

$$= \frac{अ \times ब + अ^१}{ब} = \frac{अब + अ^१}{ब} \text{ हें उत्तर.}$$

$$\frac{अ^१}{अ} = \frac{अ - श + अ^१}{अ} = \frac{अ - श^१}{अ} \text{ हें उत्तर.}$$

३ यांस विषम अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, ३६

४ $\frac{अ^१}{क्ष}$ यांस विषम अपूर्ण बीजाचें रूप-

उत्तर, $\frac{क्ष - ३अ}{क्ष}$

अ - $\frac{३अक्ष + अ^१}{४क्ष}$ यांस विषम अपूर्ण बी

उत्तर, $\frac{५अक्ष + अ^१}{४क्ष}$

२ + $\frac{४क्ष - १०}{५क्ष}$ यांस विषम अपूर्ण बीजा

उत्तर, $\frac{५४क्ष - १०}{५क्ष}$

५ + $\frac{१ - ३अ - क}{क}$ यांस विषम अपूर्ण बी

उत्तर, $\frac{कक्ष + १ - ३अ - क}{क}$

४ + $२.६५ - \frac{२क्ष + १अ}{५अ}$ यांस विषम अपू

उत्तर, $\frac{२३अ + १०अक्ष - २क्ष^२}{५अ}$

प्रकार.

पूर्णबीजरूप अथवा भागानु

ग.

ति.

करितां अंशांस छेदांनीं भागा
ली तरती भागाकाराचे बाजू
लिहावे.

हरणें.

$\frac{अब + अ}{ब}$ यांस पूर्णबीजरूप
बीजरूप दे.

$= १६ \div ३ = ५ \frac{१}{३}$ हें उत्तर.

$अब + अ \div ब = अ + \frac{अ}{ब}$ हें उत्तर.

आणि $\frac{२अक्ष + ४क्ष}{अ + क्ष}$ यांस पूर्णबी
धपूर्णबीजरूप दे.

$क - ३अ \div क = २अ - \frac{३अ}{क}$

$क्ष + ४क्ष \div अ + क्ष = २क्ष +$

आणि $\frac{२अक्ष-३क्ष}{अ}$ यांस पूर्णबीजरूप
बंधपूर्णबीजरूप दे.

उत्तर, $\frac{६३}{६}$ आणि $\frac{२क्ष-३क्ष}{अ}$
 $\frac{२क्ष}{अ}$ आणि $\frac{२अ+२ब}{अ-ब}$ यांस पूर्णबीजरूप
बंधपूर्णबीजरूप दे.

उत्तर, $\frac{२अक्ष}{२अ+२ब+\frac{४ब}{अ-ब}}$
 $\frac{२य}{१+य}$ आणि $\frac{२क्ष-२य}{क्ष-य}$ यांस पूर्णबीजरूप
बंधपूर्णबीजरूप दे.

$\frac{२य}{१+य}$ आणि $\frac{३क्ष-३य+य}{क्ष-य}$
 $\frac{२-४अ+६}{५अ}$ यांस पूर्णबीजरूप अथवा
जरूप दे.

$\frac{३+५अ}{४+२अ-२अ-४}$ यांस पूर्णबीजरूप अ
पूर्णबीजरूप दे.

तिसरा प्रकार.

स समछेद करायाचा.

ति.

णित्याचे छेदांवांचून सर्वपदां
रितां परस्पर गुणावे, आणि
छेद परस्पर गुणावे.

याहि एका अंकानें अथवा बी
ते भागून संक्षेप करावा, नंत
गे या प्रकर्णीं अपूर्णांक गणि
आहेत त्यासर्व मनांत धरू

हरणें.

यांस समछेद रूप दे.

$\frac{ब}{श} = \frac{अश}{सश}$ आणि $\frac{बक्ष}{सक्ष}$ हें उत्तर.

यांस समछेद रूप दे.

आणि $\frac{ब}{क} = \frac{अबक}{सबक}$, $\frac{क्ष}{क}$ आ

यांस समछेद रूप दे.

उत्तर, $\frac{४अक}{२कक्ष}$ आणि $\frac{३बक्ष}{२कक्ष}$

म/ब आणि $\frac{३अ + २ब}{२क}$ यांस समछेद रूप दे

उत्तर, $\frac{४अक}{२बक}$ आणि $\frac{३अब + २ब^२}{२बक}$

$\frac{३ब}{२क}$ आणि ४ड यांस समछेद रूप दे.

उत्तर, $\frac{१०अक}{१६कक्ष}$ $\frac{१बक्ष}{६कक्ष}$ आणि $\frac{२४कडक्ष}{६कक्ष}$

$\frac{५}{६}$ $\frac{३अ}{४}$ आणि $२ब + ३\frac{अ}{ब}$ यांस सम

उत्तर, $\frac{२०ब}{२४ब}$ $\frac{१०अब}{२४ब}$ आणि $\frac{४०ब^२ + ७२अ}{२४ब}$

$\frac{३अ^२}{४}$ आणि $\frac{२अ^२ + ब^२}{अ + ब}$ यांस समछेद रूप

$+ ४ब$ $६अ + ६अब$ $२४अ + १२ब$

$अ + १२ब$ $१२अ + १२ब$ $१२अ + १२ब$
 $\frac{३अ^२}{४}$ $\frac{२क}{३अ}$ आणि $\frac{ड}{२अ}$ यांस समछेद रूप दे.

$१०अब$ $१६अक$ $१२अड$
 $२४अ$ $२४अ$ $२४अ$

चौथा प्रकार.

जाचे पंदाचा दृढ भाजक काढायाचा.

ते.

मैं भागावे, बाकी राहील तो भा
 भागावे. या प्रमाणें बाकी पू
 टील भाजक दृढ भाजक हो

ज्यें जीं अक्षरें आणि अंक
 स्वर भागून रद करावीं, नंत

रणें.

चा दृढ भाजक काढ.

+बै) अकै + बकै

+ब) अकै + बकै (कै

अकै + बकै

*

*

दृढ भाजक आहेत, हें उत्तर

चा दृढ भाजक काढ.

बै (अ

बै + अबै

बै - अबै) अ + अब + बै

अ+ब) अ^३+१ अब+ ब^३ (अ+ब
अ^३+ अब

* अब+ ब^३

अब+ ब^३

* *

हा दृढ भाजक आहे, हें उत्तर.

अ^३+२ब यांचा दृढ भाजक काढ.

उत्तर, अ-२

अ^३+ब^३ यांचा दृढ भाजक काढ.

उत्तर, अ-ब^३

+२अ^३+२अ^३+२अ^३+२अ^३ यांचा दृढ भाज

+१०अ^३+५अ^३

उत्तर अ+२

गोचवाप्रकार.

गोचाचा संक्षेप करावयाचा.

ति.

पदांचा दृढभाजक काढून त्या
कार येईल तो संक्षेप जाला.

इरणे.

यांचा संक्षेप कर.

ब+बै) अकै+बकै
अ+ब) अकै+बकै(कै
अकै+बकै
* *

क आहे, याज करिता
हा संक्षेप जाला, हें उत्तर.

याचा संक्षेप कर.

कै(क
कै+बैक
कै-बैक
क+ब) कै+बक+ब(क+ब
कै+बक
*-बक+बै

हा दृढ भाजक आहे, याजकरिता
 $\frac{वैक}{वक + वै} = \frac{कै-वक}{क + वै}$ हा संक्षेप जाला

याचा संक्षेप कर.

उत्तर, $\frac{कै + वक + वै}{क + वै}$

याचा संक्षेप कर.

उत्तर, $\frac{अ + वै}{अ - वै}$

यांचा संक्षेप कर.

$\frac{अ + वै + २अ - वै}{२अ + वै + वै} = \frac{अ - २अ + वै}{२अ + वै + वै}$

$\frac{अ - वै + २अ - वै}{२अ + वै + वै} = \frac{अ - २अ + वै}{२अ + वै + वै}$

याचा संक्षेप कर.

उत्तर $\frac{अ - वै}{२अ + वै + वै}$

याचा संक्षेप कर

उत्तर $\frac{अ - वै}{अ + वै}$

अ + वै

माहावाप्रकार.

मिळवणी करावयाचा.

तेति.

छेद सम असल्यास सर्व अं
णित्या बेरजेरवालीं समछेद लि
जाली.

यास समछेद करून नंतर वर
वें.

हरणें.

अ यांची मिळवणी काय हो

$\frac{१२}{१२} = \frac{१२}{१२}$ ही बेरीज. हें उत्तर.

आणि $\frac{६}{६}$ यांची मिळवणी का

$\frac{६}{६} + \frac{६}{६} + \frac{६}{६} =$
जाली. हें उत्तर.

$\frac{१२}{६}$ आणि $\frac{६}{६} + \frac{१२}{६}$ यांची मि

मिळवणी करिते समयी ही रीति सर्वोद्भूत उत्त
वयव समछेद करून मिळवणी करावी, नंतर
अपूर्ण बीजाचे बेरजेस जोडून लिहावी.

+ व + $\frac{२अवस-३कस}{वक}$ ही बेरीज. हे उत्तर

$\frac{११}{अ}$ आणि $\frac{११}{व}$ यांची मिळवणी काय हो

उत्तर, $\frac{२०वस+६अस}{११अव}$

$\frac{११}{अ}$ आणि $\frac{११}{व}$ यांची मिळवणी का

उत्तर, $\frac{४७अ}{६०}$

$\frac{२अ-३}{४}$ आणि $\frac{१अ}{४}$ यांची मिळवणी

उत्तर, $\frac{१अ-६}{४}$

अ + $\frac{अ+३}{४}$ आणि ४अ + $\frac{२अ-५}{४}$

काय होती?

उत्तर, $६अ + \frac{१४अ-१३}{२०}$

अ आणि $\frac{३अ}{४व}$ आणि $\frac{अ+व}{१व}$ यांची

होती? उत्तर $\frac{७२अवे + १३वे + २४अव}{१२व}$

$\frac{६अ}{४}$ आणि $\frac{३अ+२}{४}$ यांची मिळवणी

७३अ + २०

९४०

आणि ३ + ३ यांची मिळवणी

$$\begin{array}{r} \text{उत्तर } ७ + ७२ \\ \hline २४ \end{array}$$

आणि २ अ - १ अ यांची मिळ

$$\begin{array}{r} \text{उत्तर } १० + ४४३४ \\ \hline ३२ \end{array}$$

प्रकार.

दुसऱ्यातून वजा करायाचा.

ते.

मगल्यास मिळवणी प्रमाणे

मंडांची वजा बाकी कम्बून त्या

हणजे वजा बाकी जाली.

रणे.

यांची वजा बाकी कर.

५ अ - १ अ बाकी. हे उत्तर.

३ अ - ४ व यांची वजा बाकी

३ व

$$\frac{३अ-४व}{१व} = \frac{५अव-१व}{१२वक} - \frac{१२अक-१५वक}{१२वक}$$

२अक + १५वक हैं उत्तर.

३अ आणि ३अ यांची वजावाकी कर.

$$\frac{३०४३अ}{६३}$$

५अ आणि ३अ यांची वजावाकी कर.

$$\text{उत्तर } २१३५$$

३अ आणि २अ यांची वजावाकी कर.

$$\text{उत्तर } \frac{७३५}{१२}$$

३अ + क यांतून २व हे वजा कर.

$$\text{उत्तर } \frac{३अक + क - २व}{१२}$$

५अ + ८ यांतून २अ + ५व हे वजा कर.

$$\text{उत्तर } १६अ + १२$$

४अ + ३अ यांतून २अ - $\frac{अ-१व}{क}$

आठवा प्रकार.

जिपदे परस्पर गुणा याचा.

ति.

रितां सर्व अंश परस्पर गु
र्व छेद परस्पर गुणावे.[#]

इरणें.

अ हे परस्पर गूण.

= $\frac{अ}{२०}$ हा गुणाकार, हें उ

आणि अ हे परस्पर गूण.

$\frac{अ}{२४}$ = $\frac{२अ}{१४}$ हा गुणाकार.

$\frac{अ+ब}{२अ+क}$ हें परस्पर गूण.

$\frac{अ+२अ+ब}{अ+ब+बक}$ गुणाकार, हें उ

अ हे परस्पर गूण.

उतर अ

अ हे परस्पर गूण.

उतर अ

पदांचे अंश आणि दुसऱ्या अपूर्ण बीज

महा त्याणें संक्षेप करावा.

गाती पूर्ण बीज गुणायाचें आहे, तेव्हा गु

अंश गुणावे, अथवा छेद भागावे,

सरूप आहेत, नर अंशसिद्ध गुणाका

$\frac{अ}{व}$ आणि $\frac{८अक}{व}$ आणि $\frac{४अव}{३क}$ हे पर

उत्तर $\frac{१८अक + ३अव}{३क}$

$अ + \frac{अव}{२क}$ आणि $\frac{३अ}{व}$ हे परस्पर

उत्तर $\frac{१८अक + ३अव}{३क}$

$\frac{अ-२व}{३क}$ आणि $\frac{४अ+२व}{अ+व}$ हे परस्पर

उत्तर

$अ$ आणि $\frac{२अ+१}{अ}$ आणि $\frac{२अ-१}{२अ+व}$ हे

$१ + \frac{१५}{२अ} - \frac{१५}{४अ}$ यांस $१५ - \frac{अ}{२१५} + \frac{अ}{४१५}$

नववा प्रकार.

जि पदाम दुसऱ्यानें भागायाचा.

रीति

दुसऱ्याचे अंशांनीं भागावे, आणि छे

शेष भागिले जातील, तसें
 श आणि छेद बदल करून
 नक गुणावे.†

रणें.

४. यांनी भाग.

$$\frac{६अ}{१२अ} = \frac{१}{२} \text{ भागाकार,}$$

५. यांनी भाग.

$$\frac{४ड}{९क} = \frac{१२अड}{१० बक} \text{ हा भागाकार,}$$

६. $\frac{१अ + ४ब}{४अ + ब}$ यांनी भाग.

$$\frac{८अ + ६अब + ब^२}{८अ - ४ब} \text{ हा भागाकार}$$

७. $\frac{अ}{अ + ब}$ यांनी भाग.

$$\frac{४(अ + ब)}{(अ + ब^२) \times अ} = \frac{१अ}{अ - अब + ब^२}$$

छेद आहेतर भागाकाराचे अंशाकरितां
 करितां भाजकाचे अंश घ्यावे.
 पदानें भागाव्याचें आहे, तेव्हां त्या पदानें
 कडूनही गुणाकार बरोबर स्वहोता.
 दाढीनही छेदाचा दृढ भाजक मिळतो,
 भागावे.

— यांस $\frac{११}{३३}$ यांनीं भाग.

उत्तर $\frac{११}{३३}$

— यांस $\frac{३}{३१}$ यांनीं भाग.

उत्तर $\frac{३}{३१}$

$\frac{११}{३३} + १$ यांस $\frac{११}{३३}$ यांनीं भाग.

उत्तर $\frac{११}{३३} + ३$

$\frac{११}{३३} - १$ यांस $\frac{११}{३३}$ यांनीं भाग.

उत्तर $\frac{११}{३३} - ३$

— यांस $\frac{११}{३३}$ यांनीं भाग.

उत्तर $\frac{११}{३३}$

$\frac{११}{३३} - १$ यांस $\frac{११}{३३}$ यांनीं भाग.

उत्तर

$\frac{११}{३३} - १$ यांस $\frac{११}{३३}$ यांनीं भाग.

उत्तर

जि वर्ग घनादि.

घनादि ह्यणजे सांगितले मूळबी
त्याच मूळबीजाने गुणून वाढविले वी

गितल्या पदाचा वर्ग काय हो
घनचतुर्घात इत्यादिक या-

अथवा पदास त्यानेच प्रका
पर्यंत पुनःपुनः गुणावे, शे
ग घनादिक होईल. अथवा
दांत अक्षर चिन्हेच असलीं
क्षर चिन्हाचा मूळप्रकाश-
कानें गुणून जो गुणाकार ये
होईल, आणि वेळाप्रकाश
तव त्याचेंही वर्गादिप्रकाश

हेत त्यांचे गुणाकाराचें वर्गादिक त्या प
काराबरोबर आहे जसा या तीन पदा
आणि $३ \times ३ \times ३ = ९ \times २५ \times ४९ = ११०२५$
ही वर्गादिक त्या अपूर्ण बीजाचे अंशां
मागिलें याचे बरोबर आहे.

$$\frac{३}{३} = ३ = ८$$

$$\frac{३२}{३} = ३ = ८$$

अथवा वर्गमूळादि परस्पर गुणायाचें
कावाकांची बेरीज घेऊन त्यापदावर
 $= ३ + २ = ५$ अथवा $३ \times ३ = ९$ अथवा $३ + २ = ५$
अथवा वर्गमूळादिक परस्पर भागाया
कावाकांची वजावाकी करून त्यापदा
 $= ३ - २ = १$ अथवा $३ - २ = १$

सांगितले मुळाचें कार्य प्रकाशक चिह्न
 व्हां त्या पासून जें वर्गादिक होईल तें स
 मुजेव्हां त्या सांगितले मुळाचें कार्य प्रका
 ऋण आहे, तेव्हां त्या पासून जें वर्गघना
 वर्गादिप्रकाशक सम असेल त्या स्थळीं
 तो विषम असेल त्या स्थळीं ऋण हो
 कार रीतीनें जाणावें.

उदाहरणें.

आहे.	अ= हें एक मूळ आहे.
वर्ग होय	अ= हा त्या मुळाचा वर्ग होय.
चा घन हो	अ= हा त्या मुळाचा घन हो य.
चा चतुर्घा	अ= हा त्या मुळाचा चतुर्घा त होय.
चा पंचघा	अ= हा त्या मुळाचा पंचघा त होय.

इत्यादि

मूळ आहे. — ३ अब= हें एक मूळ आहे.

७

+ ९ अर्वे = हा त्या मुळाचा व

र्ग होय.

- २७ अर्वे = हा त्या मुळाचा

घन होय.

+ ८१ अर्वे = हा त्या मुळाचा

चतुर्घात.

- २४३ अर्वे = हा त्या मुळाचा

पंचघात.

इत्यादि

$\frac{a}{b} =$ हे एक मूळ आहे.

$\frac{a^2}{b^2} =$ हा त्या मुळाचा वर्ग हो

य.

$\frac{a^3}{b^3} =$ हा त्या मुळाचा घन हो

य.

$\frac{a^4}{b^4} =$ हा त्या मुळाचा चतु

र्घात.

इत्यादि

अ = हा त्या मुळाचा वर्ग होय.

अक्ष

अक्ष - अ

अक्ष - अ = हा त्या मुळाचा घन होय
क मूळ आहे.

अ = हा त्या मुळाचा वर्ग होय.

अक्ष

अक्ष + अ

अक्ष + अ = हा त्या मुळाचा घन होय

हरणें क्ष - अ आणि क्ष + अ या दोन
घन दाखवितात.

सरीं उदाहरणें.

यांचा घन काय होतो?

उत्तर, २७ अ

चतुर्घात काय होतो?

११६ अर्ध

वा घन काय होतो?

११७ अर्ध

वतुर्घात काय होतो?

११८ अर्ध

चा पंच घात काय होतो?

११९ अर्ध + ४० अर्ध + ८० अर्ध + ८० अर्ध

षट् घात काय होतो?

१२० अर्ध

३२ क्ष

गाची द्वियुक्पदाचें वर्गादिक क

ति.

वांचून पदे करायाचीं, त्यांचा
म पदापासून होतो. आणि

हे रूप आहे (न) सणजे कोणतीही
+ न. $\frac{n-1}{2}$ अ न. $\frac{n-1}{2}$ स + न. $\frac{n-1}{2}$ $\frac{n-3}{2}$ अ

कादाक असावा तो द्वियुक्पदाचा इ-
 लाचा प्रकाशक आहे तोच होय. आणि
 दांस वर्गादि प्रकाशक असावा तो हाच
 क्रमें एक एक उणा करून होतो. आणि
 हिल्या दुसऱ्या पदास वर्गादिप्रकाश
 शून्यापासून ०. १. २. ३ या अनुक्रमें प्र-
 काश वाढवून होतो, तो इच्छिल्या वर्गादिप्रका-
 शणजे, इच्छिल्या वर्गादिकाचें प्रथम मूळ
 केवळ प्रमथ पद होईल, तें इच्छिल्या वर्गा-
 युक्त, आणि या श्रेढीचें शेवटील पद
 पदांतील केवळ दुसरें पद होईल तें इच्छि-

$$अ^{n-1}क्ष + न \cdot अ^{n-2}क्ष - न \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{2} अ^{n-3}क्ष$$

पवरा मध्ये वेळा प्रकाशकांची बेरीज (२) या संख्ये
 रोबर आहे, जसें, $१+१=२$ हे मूळ अथवा प्रथम प-
 २ हे वर्गस्थळ अथवा दुसरा पवर $१+३+३+१=८$
 तिसरा पवर, या प्रमाणें पुढें ही जाणावें.

$$अ + २अब + ब^२$$

$$अ + ३अब + ३अब + ब^२$$

$$१ + २ + १ = ४$$

$$१ + ३ + ३ + १ = ८$$

$$४ + ४अब + ६अब + ४अब + ब^२$$

$$४ + ६ + ४ + १ = १५$$

घात मूळ, लक्षणजे एक पवर. अथवा एक घात वर्ग
 न लक्षणजे त्रिघात, या प्रमाणें पुढें ही जाणावें.

मुक्तपरंतु दुसरीं अथवा मध्य
कार होतील अशा रीतीनें
यापदास प्रतिपदीं वर्गादिप्र
णि दुसऱ्या पदास वर्गादिप्र
अधिक होत जाईल.

कादायाची रीति श्रेढीचे प्रथ
आहे. दुसऱ्यापदाचा वेळा
इच्छित्या वर्गादिकाचा प्रका
वेळाप्रकाशक या प्रमाणें.
वेळाप्रकाशक आणि त्या
अक्षराचा वर्गादिप्रकाश
गुणाकार दोहोनीं भागावा,
दुसऱ्यापदाचा वेळाप्रकाशक
हे ही. ह्मणजे शेवटीं वेळाप्र
त्याच पदाचे प्रथम अक्षरा-
न तो गुणाकार तेच पद कि
येनें भागून जो भागाकार ये
वळचे पदाचा वेळाप्रका-
पुढें एक अशा सर्व पदांचा

ंतील सर्वपदांची संख्या इच्छित्या वर्गा
येहून एकानें अधिक होईल, आणि
ल दोन हीं पदे (+) धन आहेत त
दे (+) धन होतील. परंतु, जर त्या मू
सरे पद (-) ऋण आहेत तर श्रेढीची
धन होतील. आणि समपदे (-) ऋ
कारणास्तव तीं सर्वपदे (+) धन (-)
-) ऋण अशा अनुक्रमें होतील. पुनः
पदांतील अक्षरांचे वर्गादिप्रकाश
ल्या वर्गादिकाचे प्रकाशका बरोबर
चे मध्यापासून दोहों कडील स्थळीं
बराबर आहेत, परंतु अक्षरांचा मा
णि मध्यापासून दोहों कडील बराब
शकही बराबर आहेत. तसें आदी
त वेळाप्रकाशक जितक्या जितक्या
ला आहे, तितक्या तितक्या अंत
मध्यापासून अंतापर्यंत उणा हो

उदाहरणे.

क्ष याचा पंच घात करायाचा आहे.

प्रकाशका वांचून पदे करावी.

नैश्वं अश्वं अश्वं श्वं

वेळप्रकाशक काढावे.

$$\frac{10 \times 3}{3} = 10$$

$$\frac{10 \times 2}{2} = 10$$

$$\frac{5 \times 1}{1} = 5$$

णाचा पंचघात हें सर्व जुळून

अश्वं + १० अश्वं + ५ अश्वं +

कीं; वेळप्रकाशक आणि व-

ला वांचून जुळून सर्व पदे एक

सरे उदाहरण पुढें लिहितो.

षड्घात करायाचा.

- २० अश्वं + १५ अश्वं - ५ अ

चा चतुर्घात करायाचा.

अश्वं - ५ अश्वं + श्वं

ही वर्गादिक सख्यानें एके ओ

बीजवर्गादिमूळ.

देमूळ ह्मणजे वर्गादिकांची उलट सांगितल्याचें वर्गादिमूळ काढायाचें. तें पद ए युक्त असेल.

प्रथमप्रकार.

पदाचें मूळ काढायाचा.

तरीतीनें वेळाप्रकाशकाचें मूळ काढाचिन्हाचा वर्गादिप्रकाशक इल्लित्यावकानें भागावा, ह्मणजे तो भागाकार मूळ होईल. नंतर हें मूळ पूर्ववेळाप्र जोडिलें असतां इल्लिलें वर्गादिमूळ

पदाचें कोणतेंही सममूळ (+) धन अथवा (-) ऋण अथवा वर्गमूळ + अ अथवा - अ असेल, कारण $अ \times - अ = + अ$ आहे.

ही पदाचें विषममूळ त्या पदाचे चिन्हाप्रमाणें आहे. अ आहे आणि - अ याचें घनमूळ - अ आहे. कारण $अ \times - अ \times - अ = - अ$ आहे. कोणतेही ऋण होत नाही, कारण $+ अ \times + अ$ अथवा $- अ \times - अ$ होण्यास परम अशक्य.

रणें.

मूळकाढ.

उत्तर, २ अ

मूळकाढ.

उत्तर, २ अ

मूळकाढ.

$\frac{१५ अ ब}{५ क} = \frac{अ ब}{५ क} \sqrt{५}$ हैं उत्तर.

मूळकाढ.

उत्तर, $\frac{१५ अ ब}{५ क} \sqrt{२}$ अ

बर्ग मूळकाढ.

उत्तर, अ ब $\sqrt{२}$

यांचें घन मूळकाढ.

उत्तर, -४ अ ब

मूळकाढ.

उत्तर, $\frac{३ अ ब}{५ क} \sqrt{३}$

चें चतुर्घात मूळकाढ.

उत्तर, ३ अ ब $\sqrt{५}$

गुण्य गुणकांचे वेगळाले मुळाचे गुणा
मूळाची इच्छा असेल तर त्या अंशा केंद्रां
केंद्रा अपूर्ण बीजाचें इकिलें मूळ हो

२ ओं बं यांचें पंचघातमूळकाद.

उत्तर, - २ अब ४ व

दुसरा प्रकार.

क पदाचें वर्गमूळ काढायाचा.
 अंकगणिताप्रमाणें आहे. ह्मणजे,
 घातादिक अधिक असेल तें पद प्रथम लिहू
 उतरतीं अशारीतीनें सर्वपदे लिहावीं. नंत
 मूळ भागाकारस्थळीं लिहावें.
 वर्ग प्रथम पदाखालीं लिहून त्यांतून वजा
 भाज्याकरितां बाकीजबळ बरचीं दुसरीं-
 भाणि नवे भाजकाकरितां सुळाची दुपटक
 ठीं लिहावी.
 भाजकानें भागावा आणि जें येईल तें भा
 हावें, आणि भाजकासही जोडावें.
 विला भाजक भागाकारस्थळीं जें आतां न
 गुणून गुणाकार भाज्याखालीं लिहावा,
 ना करावा. या प्रमाणें अंकगणित रीतीनें

रणे.

+६ अँबै-४ अबै+बँ यां

अबै+बँ (अँ-२ अब+बँ

अँबै

अँबै

अँबै-४ अबै+बँ

अँबै-४ अबै+बँ

* * *

+१० अँबै+१२ अबै+९ बँ

+१२ अबै+९ बँ (अँ+२ अ

ब+३ बँवर्गमूळहेंउत्तर.

अँबै

अँबै

अँबै+१२ अबै+९ बँ

अँबै+१२ अबै+९ बँ

* * *

$\text{अँ}-२ \text{अव} + ३ \text{अवै}-२ \text{अवै} + \text{बँ} \text{यां}$

$+ ३ \text{अवै}-२ \text{अवै} + \text{बँ} (\text{अँ}-\text{अव} + \text{बै})$
हैं वर्गमूल हैं उत्तर.

$\text{ब} + \text{अवै} = (\text{अँ}-\text{अव})$
 $+ ३ \text{अवै}$

$\text{ब} + ३ \text{अवै}-२ \text{अवै} + \text{बँ} = (\text{अँ}-\text{अव} + \text{बँ})$

$-६ \text{अँ} + २१ \text{अँ}-४४ \text{अँ} + ६३ \text{अँ}-५४ \text{अ} + २७$

$-२१ \text{अँ}-४४ \text{अँ} + ६३ \text{अँ}-५४ \text{अ} + २७ (\text{अँ}-२ \text{अ} + ३ \text{अव} + \text{बँ})$
हैं उत्तर.

$\text{अँ} + १२ \text{अँ}-८ \text{अँ} = (\text{अँ}-२ \text{अँ})$
 $+ ९ \text{अँ}$

$+ २१ \text{अँ}-४४ \text{अँ} + ६३ \text{अँ}-५४ \text{अ} + २७ =$
 $(\text{अँ}-२ \text{अ} + ३)$

* * * * *

$\text{अँ}-२ \text{अव} + २ \text{अक्ष} + \text{बँ}-२ \text{वक्ष} + \text{क्षं}$

उत्तर, अ-ब+क्षं

+९ अँ-१३ अँ+१८ अँ-१३ अ

उत्तर, अँ-अ+२

१६, अँब+२१६, अँबे-१६,

तमूळ काढ.

उत्तर, ३ अ-२ ब

१० अँ-८० अँ+८० अँ+२० अँ

उत्तर, अ-२

वर्गमूळ काढ.

उत्तर,

घनमूळ काढ.

उत्तर,

रणी.

मूळ बराबर पूर्ण येत नाहीं

मूळप्रकाशकानें अथवा मूळ

जसें. ३ अथवा $\sqrt{३}$ हीं दो

स करणीचें रूप धावयाचा.

दास करणीचा प्रकाशक असेल ति
दावावे, नंतर या नवे वाढविल्या पदा
णिचे मूळ चिह्नाने युक्त करावे.

वर्गमूलाचें रूपदे.

✓ १६ अथवा १६ है उत्तर.

यांस घनमूळाचें रूप दे.

अ' x ३ अ' x ३ अ' = १० अ' तर ४/२०

०३ हें उत्तर.

घनमूलाचें रूपदे.

उत्तर, २/२१६ अथवा (२१६) ३

स वर्गमूळाचें रूपदे.

१/२१६ अथवा (२१६) ३

स वर्गमूळाचें रूपदे.

उत्तर, २/१६ अथवा (१६) ३

स वर्गमूळाचें रूपदे.

उत्तर, २/१६ अथवा (१६) ३

स वर्गमूळाचें रूपदे.

२ अक्ष + १ अक्ष अथवा (अक्ष + १ अक्ष) ३

२ अक्ष + १ अक्ष ३

स घनमूळाचें रूपदे.

अक्ष + ३ अक्ष - १ अक्ष अथवा (अक्ष + ३ अक्ष - १ अक्ष) ३

अक्ष + ३ अक्ष - १ अक्ष ३

प्रकार.

प्रकाशक रूप द्यावयाचा.

स मूळप्रकाशक समष्टिक

गळाले अंशस्थळीचे संख्येइ-

वाढवावी. आणि त्या समछेदांचे अंश-
क लिहावा. ह्मणजे तीं पदं सममूळप्रका

सांगितलें सममूळ प्रकाशक रूप द्यावया
ह्याचा मूळप्रकाशक सांगितले प्रकाशकानें
ते वंगळाले भागाकार त्या त्या पदांचे नवे मूळ
नंतर त्या त्या पदांस ते ते नवे प्रकाशक
सांगितला प्रकाशक लिहावा, ह्मणजे इति
ने घेल.

उदाहरणे.

१ आणि ५ यांस सममूळप्रकाशक

आणि ३ = ६ आणि ३

१ आणि ५ = (१) आणि (५)

आणि ४ २५ सममूळप्रकाशक जालें हे

उत्तर.

१ आणि ५ यांस ३ हा सममूळप्रकाशक

= ३ × ३ = ९ हा प्रथमपदाचा मूळप्रकाश

हा दुसरे पदाचा मूळ प्रका

(बै)^३ अथवा ✓ अँ आणि
दांचे बराबर किमतीचीं आ

यांस ६ हा सममूळ प्रका

र, (२५०)^३ अँ आणि (२५)^३
यांस ६ हा सममूळ प्रका

, (अँ)^३ आणि (क्ष)^३
यांस सममूळ प्रकाशक रू

तर, ✓ अँ आणि ✓ क्ष^३
आणि (अ-क्ष)^३ यांस

आणि. (अ-क्ष)^३
आणि (अ-ब)^३ यांस स

ब^३ आणि (अ-ब)^३

तिसरा प्रकार.

अतिसरळ रूप घावयाचा

रीति.

संख्या अथवा पद याचे गुण्य गुणक
यव करावे. असे कीं, जांतील एक अवय
मांत सांगितले मूळाचा मोठा घात होईल.
ताचें सांगितलें मूळ काढून तें राहिले दु
डावेकडे लिहावें. आणि या दोहोंचे मध्ये
चिह्न करावें.*

उदाहरणें.

४८ या करणीस अति सरळ रूप दे.
मातां $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$ हें उत्तर.
१०८ या करणीस अति सरळ रूप दे.
मातां $\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$ हें उत्तर.

करणींत वर सांगितले गुण्य गुणकरूप दोन अवयवांतील ए
मूळाचा बरोबर मोठा घात होत नाही. तेव्हां ती करणी सरळ
रूप घावून दुसरे सरळ रूप होत नाही. कारण गुण्य गु
एक ५ आणि दुसरा ३ या दोहोंतून एक ही इच्छिते मूळ
थे वर्ग होत नाही.

ही संख्या अथवा पद कर-
तें पद त्या गुण्य गुणकरूप
मसेल त्याचे मुळांनी गुणून
दुसरे अवयवाशी जोडून

रणें.

अतिसरळ रूपदे.

$$२ = २ \times ४ \sqrt{२} = ८ \sqrt{२} \text{ हे उत्तर.}$$

अतिसरळ रूपदे.

$$= ५ \times २ \sqrt{३} = १० \sqrt{३} \text{ हे उत्तर}$$

करणीसही अतिसरळ रूप

१.

त्याही संख्येनें अथवा पदा
द सांगितले मुळाचा पूर्णघा
तले मूळ काढून त्याजवर
आणि त्यास करणीचा राहि

वयव जोडून मध्ये पूर्वप्रमाणे मूळ वि-

उदाहरणे.

३. या करणीस अतिसरळ रूपदे.

$$= \sqrt{\frac{3 \times 3}{4 \times 4}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \sqrt{14} \text{ हे उत्तर.}$$

४. यास अतिसरळ रूपदे.

$$2 \sqrt{\frac{3 \times 3}{4 \times 4}} = 2 \sqrt{\frac{9}{16}} = 2 \sqrt{\frac{9}{16}} \times \sqrt{10} = 2 \sqrt{\frac{90}{16}} = 2 \sqrt{\frac{45}{8}} = 2 \sqrt{\frac{45}{8}} \times \sqrt{2} = 2 \sqrt{90} = 2 \sqrt{9 \times 10} = 2 \times 3 \sqrt{10} = 6 \sqrt{10} \text{ हे उत्तर.}$$

५. हे उत्तर.

३२ या करणीस अतिसरळ रूपदे.

$$\text{उत्तर, } 8 \sqrt{2}$$

३२० या करणीस अतिसरळ रूपदे.

$$\text{उत्तर, } 6 \sqrt{5}$$

तिसरळ रूप द्यावयाचा उपयोग असा आहे की, उत्तर

हे या प्रथम उदाहरणाचा विचार केला असता कळेल.

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \sqrt{14} \text{ या उदाहरणात } 14 \text{ चे वर्गमूळ काढावयाचे,}$$

जोडून तयार घ्यावयाचे आणि त्या मूळास ३ याणी भा

द्वे. आणि सरळ रूप न दिले तर छेदांनी अंश भागून भा

लागते, अथवा अंश छेदांची वेगळाली मुळे काढून अं

ने भागावे लागते. आणि या दोन्हीरीतीही मूळ काढण्या

ची पैक्षा या उदाहरणी बहुत श्रम पडतात. आणि दुस

तिसरळ रूप न दिल्यास बहुतच श्रम पडतात.

गीस अतिसरळरूपदे.

उत्तर, ५१३

णीस अतिसरळरूपदे.

उत्तर, ३३७

तिस अतिसरळरूपदे.

उत्तर, ५३५३ ब

तिसरळरूपदे.

उत्तर, २८५

तिसरळरूपदे.

उत्तर, ८१

तिसरळरूपदे.

उत्तर, ३३३

तिसरळरूपदे.

उत्तर, ३३१०

तिसरळरूपदे.

उत्तर, ५३५ ब

तिसरळरूपदे.

उत्तर, ३३१४

तिसरळरूपदे.

उत्तर, ३३१०

यांस अतिसरळरूपदे.

उत्तर, ७३५२५

चवथाप्रकार.

पदांची मिळवणी करायाचा.

रीति.

पूर्ण पदे असतील तीं समच्छेद करावीं, आ
प्रमाणें सर्व पदांस अतिसरळरूप द्यावें.
पदाचा मूळ प्रकाशक विषय आहे, त्या
प्रमाणें बरोबर किमतीचें सममूळ प्रका
द्यावें.

जर सर्व पदांत करणी अवयव एकरूप
त्या पदांचे अखंड अवयवांची बेरीज घे
रणी जोडून लिहावी, हीच त्यांची मिळवणी.
करणी अवयव एकरूप नसेल, तर
धन (-) ऋण चिन्हे जोडून लिहावीं,
वणी.

णों.

३२ यांची बेरीज काय

$$९ \times २ = १८$$

$$६ \times २ = १२$$

७२ हैं उत्तर.

३२ यांची बेरीज काय

$$१२५ \times ३ = ३७५$$

$$६४ \times ३ = १९२$$

१९२ हैं उत्तर,

३२ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, ७२

७२ यांची बेरीज काय

उत्तर, ११२

३२ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, ४२ अथवा १२५

१२५ यांची बेरीज का

उत्तर, ५५७

५५०० आणि ५१०८ यांची बेरीज का

उत्तर, ६५४

५६ आणि ५६ यांची बेरीज काय

उत्तर, ३५२

५१४७ आणि ३५७५ यांची बेरीज

उत्तर, ४३५३

५६ आणि २५६ यांची बेरीज काय

उत्तर, ६५०

३५०० आणि ५५१६ अंब यांची
की?

उत्तर ० अ + ३ अ = ३ अ

अंब आणि ३५४ बक्षों यांची बेरी

उत्तर ० अ + ३ अ

उत्तर (अ + ३ अ) ब

कारः

बाकी करायाचा.

ते:

हीं पदे सिद्ध करावीं नंतर
अखंड पदांची वजाबाकी
ती साधारण करणी जोडा
या पदांची करणी एक
ऋणचिन्ह जोडून लिहावीं,
की.

रणें.

णें $\sqrt{८०}$ यांची वजाबाकी

$$\sqrt{६४ \times ५} = ८\sqrt{५}$$

$$\sqrt{१६ \times ५} = ४\sqrt{५}$$

$४\sqrt{५}$ बाकी. हें उ०

४ यांची वजाबाकी कर.

$$५४ \times २ = १०८$$

$$१० \times २ = २०$$

१०८ हें उत्तर.

१० $\sqrt{२०}$ आणि ३ $\sqrt{४५}$ यांची वजा बाकी

$$10\sqrt{20} = 10 \sqrt{4 \times 5} = 20\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{45} = 3 \sqrt{9 \times 5} = 9\sqrt{5}$$

१ $\sqrt{5}$ बाकी. हें उत्तर.

$\sqrt{\frac{3}{5}}$ आणि $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{5}}$ यांची वजा बाकी कर.

$$\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{5} = \frac{1}{5} \sqrt{15}$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{5} = \frac{2}{3} \sqrt{15}$$

$\frac{1}{5}\sqrt{15}$ बाकी हें उत्तर.

७५ आणि $\sqrt{४८}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\sqrt{3}$

४ $\sqrt{२५६}$ आणि ४ $\sqrt{३२}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $२\sqrt{४}$

$\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$ आणि $\sqrt{\frac{3}{5}}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$

$\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$ आणि $\sqrt{\frac{3}{5}}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$

$\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$ आणि $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$

$\sqrt{२४}$ और $\sqrt{५४}$ बें यांची व-

त्तर, (२वै-२अब) १६

प्रकार,

पर गुणायाचा.

ते.

णी एक जातीची आहे, तें
यबांचा गुणाकार करावा. त
णाकार करावा. नंतर ते दो
वे मध्ये साधारण करणी चि
ला गुणाकार होईल. या
प्रमाणें अतिसरळ रूप दे

क जातीची आहे, तर त्या
रूप देऊन तीं पदें वर सां-

तले रीतीचें स्मरण (पृष्ठ ५५)
र्गादि प्रकाशाक अथवा वर्गा
हे, तर त्यांचा पदाचे प्रका

हणजे गुणाकार जाला.

उदाहरणें.

उक्तिराशिहास

✓८ आणि २ ✓६ यांचा गुणाकार

✓८ हे गुण्य

✓६ हे गुणक

✓८ = ६ ✓१६ × ३ = २४ ✓३ गुणाकार हें उ.

✓३ आणि ३ ✓४ यांचा गुणाकार काय

३ = ३ ✓३ = ३ ✓१२ = ३ ✓१५ गुणाकार हें उ.

आणि ३ यांचा गुणाकार काय होतो?

प्रथम पदाचा

दुसरे पदाचा

३ = ३ = (३) ३ = ९

३ = ३ = (३) ३ = ९

७२ हा गुणाकार हें उत्तर

३ अ यांचा गुणाकार

१५ (अ) १५ अ

हे उत्तर

४ अ यांचा गुणाकार

उत्तर, २४

५ अ यांचा गुणाकार

उत्तर, ३६

६ अ यांचा गुणाकार

उत्तर, ३६

७ अ यांचा गुणाकार

उत्तर, ४२

८ अ यांचा गुणाकार

उत्तर, ४८

(अ + ब) है आणि (अ + ब) है यांचा
 होतो? हे उत्तर (अ + ब) $\frac{13}{92}$
 १, २ क्ष + १ व आणि २ क्ष - १ यांचा
 होतो? हे उत्तर ४ क्ष - व
 (अ + २ व) है आणि (अ - २ व) है
 काय होतो? हे उत्तर अ - ४ व
 क्ष है आणि ३ क्ष है यांचा गुणाकार काय
 हे उत्तर ६ क्ष ने
 ४ क्ष है आणि २ य है यांचा गुणाकार का
 हे उत्तर ८ क्ष थ व

सातवाप्रकार.

पदास दुसरे करणीपदानें भागायाना
 रीति.

ही एक जातीची आहे, तेव्हां अखंड प
 करावा. तसाच खंड पदांचाही भागा
 णि त्या दोन भागाकारामध्ये साधार-
 लिहावे, म्हणजे भागाकार जाला.

ची आहे तर त्या करणीस
वरचे प्रमाणे भागाकार

ले रीतीचे स्मरण (पृष्ठ ५६)
दिप्रकाशक अथवा वर्ग
आहेत, तर त्यांचा भागा
वरून होतो तो असा कीं प्र
ती साधारणपदास रीति
कार जाला.

रणे.

स २४६ यांनी भाग.

$$४ \sqrt{१८} = ४ \sqrt{९ \times २} = १२ \sqrt{२}$$

४४२ यांनी भाग.

$$= २४२५६ = २४ \sqrt{६४ \times ४} = ८$$

१२ यांनी भाग.

$$\frac{३}{२} \sqrt{\frac{५}{२}} = \frac{३}{२} \sqrt{\frac{१०}{४}} = \frac{३}{२} \sqrt{१०} \text{ हे उत्तर.}$$

यांनी भाग.

$$= \frac{३}{२} \sqrt{१०} - ७६ - ६ = ७६ \text{ हे उत्तर.}$$

, ४४ ५० यांस २४ ५ यांनीं भाग.

उत्तर, २४ १०

, ६४ १०० यांस ३४ ५ यांनीं भाग.

उत्तर, २४ २०

, ६४ ६० यांस ३४ ५ यांनीं भाग.

उत्तर, २४ ५

, ३४ ३६ यांस ३४ ५ यांनीं भाग.

उत्तर, ३४ ३०

, ६४ ५० यांस अथवा ६४ ५ यांस ३४ ५

उत्तर, ६४ ५

, ६४ ५ यांस ६४ ५ यांनीं भाग.

उत्तर ६४ ५

, ३४ ५ यांस ४४ ५ यांनीं भाग.

उत्तर ३४ ५

णीचा भागाकार भाज्य भाजकांचे मूळप्र
वजाबाकीवरून होतो. यावरून निश्चय
तेही अपूर्णाकाचे अथवा अपूर्णबीजा
कीं घेतां येतील अथवा अंश छेदस्थितीं
से कीं, प्रकाशक चिन्ह धन असेल
अथवा ऋण असेल तर धन असे बदल क

अ^{म-म} = अं या पासून नि
गतेही एक पदाबराबर
बराबर आहे. याजकरि
नीचें अक्षर चिह्न येतें ते
*

बार केला पाहिजे.
अविलें अथवा त्यांतून वजा केलें त
णजे,
अ

गुणिलें किंवा भागिलें तर गुणाकार
वेळां शून्य घेतलें तर शून्यच होई
होईल. म्हणजे ० x अ अथवा अ

नें भागिलें शून्य त्याचा भागाकार

जकरितां ० = अ

णतेही सांत पद शून्यानें भागिलें
दाहरणांत पाहा

बराबर असेल तर साफ दिसतें
का क मोठा होईल, याजकरितां जर
मोठा होईल. आणि जेव्हां अशून्य

आहे.

मोठे मोठे कामांत बहुत उपयो
त असावा.

उदाहरणें.

अ = अं अथवा अं आणि अं = अं अ

अं अथवा व अं आणि अं =

स प्रकाशक चिह्न करण करून लिहि.

यास प्रकाशक चिह्न थन करून लिहि.

यास प्रकाशक चिह्न करण करून लिहि.

(अ-क्ष) यास प्रकाशक चिह्न

नाठवाप्रकार.

यास वर्ग घनादिकें करून वाटवायाचा.

रीति.

द एकाकी आहे. वर्गकरणे आहेत

दोहोंनीं गुणावें, आणि
 आवें, इत्यादि चतुर्घातादि
 छिलें वर्गघनादिक होई
 अवयव असल्यास
 त्यास जोडावें. ह्मणजे
 वर्गघनादिक होईल. ज
 छिलें वर्गघनादिक करा
 होई तोपर्यंत वर्गघनादि
 पुनः गुणावें.

१.

काय होतो?

$$x^2 = 4 \text{ अथवा}$$

काय होतो?

नें युक्त आहे. आणि त्या
 न दाकावें. ह्मणजे वर्गजाला.

$$x) \text{ अथवा } \sqrt{a+b} \times \sqrt{a+b}$$

$$\frac{3}{4} \sqrt{3}) = \frac{3}{4} \times 3^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \times 3^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \times \sqrt[4]{27}$$

$$= \frac{3\sqrt{27}}{4} \sqrt{3} = \frac{3}{4} \sqrt{3} \text{ हें उत्तर}$$

✓ ६ याचा घन काय होतो?

$$\times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ नंतर } 3^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{27}$$

$$\sqrt{6}) = \frac{3}{4} \times 6 \sqrt{6} = \frac{18}{4} \sqrt{6} = \frac{9}{2} \sqrt{6}$$

✓ २ याचा वर्ग काय होतो?

उत्तर, ४ ✓ ४

✓ ५ याचा घन काय होतो?

उत्तर, १२५ ✓ ३

✓ ३ याचा घन काय होतो?

उत्तर, २७ ✓ ३

✓ २ याचा चतुर्घात काय होतो?

उत्तर, १६

✓ ५ याचा म घात काय होतो?

उत्तर ३१२५

✓ ३ याचा वर्ग काय होतो?

+ १ ✓ ३ हे उत्तर

+ २ ✓ ५ याचा वर्ग काय होतो?

+ १२ ✓ ६ हे उत्तर

य याचा घन काय होतो?

४+२५५१+२५५१

कार.

मनादि मूळ काढायाचा.

आहे, आणि त्याचें वर्ग

चें प्रकाशक चिह्न ३ या

टणें तर ३ यानें गुणावें

करणीचे खंड अवय-

ल. नंतर त्या करणी पदं

स त्याचे इच्छिलें वर्गादिमू

त्या अखंड अवयवाचे

जे करणीचे एकाकीप

ल. जर करणी संयुक्त

प्रमाणें त्यांचे वर्गादिमू

न मूळ अथवा कोणतेंही पद अ

मूळाचें न मूळ, अथवा कोणतेंही

६.
१५३ हैं उत्तर.

२ = १५२ हैं उत्तर.

उत्तर, ६४६

६.
उत्तर, २अ५ब
काढ.

उत्तर, २५ अ

म५६ने

यांचे वर्ग मूळ का

वर्ग मूळ अ पदाचे चतु
र्व पन मूळ अथवा अ
ब्जाबरोबर आहे, आ
ळ काढणें असेल तर या

उत्तर

सामान्य

यास त्यां
घाताचें
पदास
करणीरूप

रूपदे.

४४३ या

रणी रूप

$2\sqrt{6} = 5 + 2\sqrt{6}$ याज

हे उत्तर.

सामान्य करणी रूप दे.

$1 + 2 + 3 + 4$ याज करिता

8 अथवा $\sqrt{6(1+2+3+4)}$

सामान्य करणी रूप दे.

$\sqrt{5}$ हे उत्तर

स सामान्य करणी रूप दे.

$2\sqrt{3}$ हे उत्तर.

सामान्य करणी रूप दे.

$2\sqrt{5}$ हे उत्तर.

यास सामान्य करणी रूप

$3 - 12\sqrt{2}$

प्रकार.

मर्णपदाचे वर्गमूळ काढा

रस्थकीं
णजे सां
छिलें मूक

अ-२√जि-ब

अ-२√जि-ब

त अ आ

दो न ही

रं पद कर

उदाहर-

२ यांचें व

√१२१-७२=

१२१-७२=

= ५ + √२

गर्मूळ काढ.

$$\frac{अ-३}{३} \sqrt{\frac{अ-ब}{३}}$$

$$\frac{३}{३} = \sqrt{\frac{३}{३}} = \sqrt{१}$$

$$\frac{१}{३} = -१$$

१ हैं उत्तर.

गर्मूळ काढ.

$$\text{उत्तर, } \sqrt{५} \pm १$$

गर्मूळ काढ.

$$\text{उत्तर, } ४ \pm \sqrt{७}$$

गर्मूळ काढ.

$$\text{उत्तर, } १ + \sqrt{३}$$

गर्मूळ काढ.

$$\text{उत्तर, } \sqrt{९} - १$$

काढायाचा.

रणी द्वियुक्पद

ऊन तें अखंड हो

ग दोद्दीपदां
ले द्वियुक्
ल करावें,
कानें तें द्वियु
गुणाकारां
वें, गुणाका

करणीरूप
युक्पदादि
रूपद कर
रूपदादि

शक विष
हे परंतु
यास इ-
म्पद यारी
वर्ग दोन
सल्यास
तेसरेम

एकगुणक काढायाचा,
बें करणीरूप जाऊन

$$+ \sqrt{3}$$

$$- \sqrt{3}$$

$$+ 4\sqrt{3}$$

$$- 4\sqrt{3} - 2$$

$$3 = 22 \text{ हें उत्तर.}$$

एकगुणक काढायाचा,
बें करणीरूप जाऊन

$$+ \sqrt{3}$$

$$- \sqrt{3}$$

$$+ 4\sqrt{3}$$

$$- 4\sqrt{3} - 2$$

$$3 = 2 \text{ हें उत्तर.}$$

एकगुणक काढायाचा,
बें करणीरूप जाऊन

√ 3

उत्तर.
चा, ज्या-
ऊन तें अ

+ ४ ३

√ ७ x ३

√ ७ x ३ + ३

तर.

याचा, ज्या

ऊन तें अ

उत्तर

चा गुणक काढायाचा.
चें करणीरूप जाऊन

उत्तर

गक काढायाचा. ज्याणें
रूप जाऊन तें अखंड

उत्तर

गुणक काढायाचा, ज्या
णीरूप जाऊन तें अ

उत्तर

गक काढायाचा, ज्या
णीरूप जाऊन तें

उत्तर

की किंवा संयुक्त
रूप देण्याचा.

जि या प-
छेद त्याचे अं
पणजे त्याचे

तीचें आहे
नीं गुणावे,

अ

आहे ^बअ
गुणावे ह्मण

गी आहेत, ते
आ.असा कीं,
प जाऊन
द त्या गुण-
लें अखंड छे

अपूर्ण बी

हैं एक उदाहरणाचें उ०

$$\frac{3\sqrt{2}}{2 \times 5} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$$

बीजास अखंड छेद

$$\frac{\sqrt{4} + 3\sqrt{2}}{9} = \frac{\sqrt{4} + \sqrt{2}}{9}$$

जास अखंड छेद रूप

$$\frac{3}{9} = \frac{3\sqrt{2} + 3}{9} \text{ अथवा}$$

बीजास अखंड छेद

उत्तर

जास अखंड छेद

उत्तर

जास अखंड छेद

उत्तर

ड छेद

डेउत्तर

ड छेद

ड छेद

बाकी
प्रमाणों

ण तात,
णि चव

अ+

हेत.

वी श्रेणी

रती आहे.

, ९, ११ इत्यादि आणि

अ+१ब, अ+४ब,

त प्रमाणांत आहेत,

दुसरीचें उत्तर ब आहे.

यांचे परम उपयोगी अ

ड करून सांगितले आ

माणें लिहितात. जसें,

स अ घे

ज्ञ घे

ड घे

न घे

स घे

ख्यगुण यापुढील स

गजे,

१)

१)

१) न

न

तेहं वरचे

थम पद१

५?

पद आहे.

सर्वधन.

थम पद

काय

लाहानपर.

इकिलें स

हे मूळ सं

न काय

१०५०

इत्यादि विषम सं
तीचे सर्वधन काय हो
२५१

तीच्या या नामें एकश
सरा सूर्योदय पर्यंत,
अशारीतीनें चोविसावे
जतात, तेव्हां एकदि
अवर ह्मणजे १ ता

उत्तर, १०० टोले

गणित श्रेदीचे नगळ पर्यंत

ल.
तिसरे इत्यादि पदांची सर्व

धन.

न.

न.

न.

आहे इत्यादि.

करण यानें $1+2(n-1)$

गळ आहे, या मोठे पदा

नही होईल, अथवा त्या

यानें स सर्वधन = न.न =

वेरिजेचें अर्थ आणि ग

वर्ग (न) एकच आहे.

इत्यादि या

, ७३०

गी आहे, जी
सर्व धन कि

१४०

अंतराने १००

एक यार्ड

आस आज्ञा

एक एक ख

त येत पर्यंत

५ यार्ड

१३००

रण.

आहे; त्याचे

५, अशा-

त्यात्रिकोणाकृति

त्तर, १०० मनुष्ये
र्गर आज्ञा जाली
न १२ दिवसांत एके
मेल, दुसरे दिव
धिक या प्रमाणे,
वालावे लागेल, आ
?

ल शेवटील मजल.
ल सर्व मिळून.
मोज बसली होती,
ल्ला घेण्यास आ
प खणिला, दुसरे
डंउणे, आणि
व्हां किती रानी का
खणिला तें सांग.

डोंत आठ मनुष्ये अ
ही हातांनी काम करून
ते आणि जेव्हां प्रथम
रेते. ते अशा रीतीने

कावर
कोळीचे
चे ओळी
ओळी
यंन सं

र.
अंतरानें
न बराब

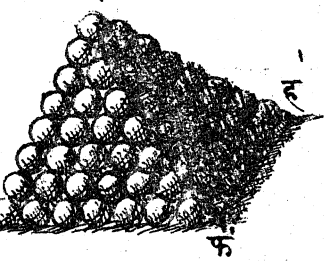
रितात;
वांय या
येत अस

अथवा विं
तात. त्यां
ठेवून त्यां
ताहे, त्या
उंची माह
च्या ठीप

तें, तेथें जाऊन राहावें. ऐसें दोहोंचे सिद्धीं ये-
 , परंतु वेगळाले समयांत, प्रथम टोळी प्र-
 सापेक्षां ३ तीन मैल मजल अधिक करित हो
 सरी टोळी ६ साहा मैल अधिक दोन टोळ्या
 थळीं एकदांच येऊन पावल्या; ह्मणजे प्रथम
 ३ दिवसापासून पांचवे दिवशीं; आणि दुस-
 रे केले दिवसापासून चवथे दिवशीं, तेव्हां प्र-
 ति दिवशीं किती मैल मजल केली तें सांग.
 प्रथम टोळीची श्रेढी. ५ $\frac{१}{२}$, ८ $\frac{१}{२}$, ११ $\frac{१}{२}$, १४ $\frac{१}{२}$, १७ $\frac{१}{२}$
 सरे टोळीची श्रेढी. ४ $\frac{३}{४}$, १० $\frac{३}{४}$, १६ $\frac{३}{४}$, २२ $\frac{३}{४}$
 आकृतींत ठेविलेले गोळ्यांचे राशीचें गणित.
 गोळ्यांच्या राशी बहुत करून तीन रीतींहीं क-
 पायांचे आकृतींवरून वेगळालीं नामें होता
 त्रिकोण असल्यास त्रिकोण राशि ह्मणतात; पा-
 सल्यास चौरस राशि; आणि पाया काढकोन
 सल्यास काढकोन चौकोन राशि.

दुसरी आकृति.

गं



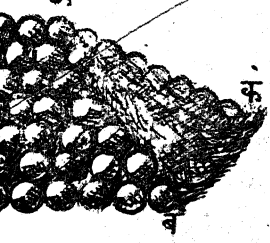
ण राशि आहे.

राशि आहे.

काटकोन चौकोन राशि

कृति.

अं



थर एकावर एक रचिल्या

ते, आशारीतीनें कीं, प्रति

न एकेक गोळ्यानें उणी हो

वर एकच गोळा असतो.

थर एकावर एक रचिल्यापासून
ते, अशा रीतीने कीं, प्रतिथराचे ए
पासून एकेक गोळा उणा होत जा
स त्या राशीवर एकच गोळा -

रस राशी मध्ये, बाजू किंवा मुरेवें
त; आणि त्या बाजूंतील गोळे ग
वें प्रथमपद १, शेवटीलपद आ
ल गोळ्यांचे संख्ये बरोबर; कार
ण आकृतीचे कोण तेही एक को
ण सर्वदा पायाचे एक बाजूंतील गो
माहे त्रिकोण अथवा चौरस
मुरेवें यास गणित त्रिकोण ह्मण
त्रिकोणांतील गोळ्यांचे संख्ये
तात अबक प्रथम आकृ
दुसरे आकृतींतील गणित

राशि कल्पनें करून याप्रमाणें
बकड चौकोन राशीवर अ
तके गणित त्रिकोण ठेविले.
चे बाहेर त्याच बाजूंत गोळे

बरोबर आहेत आणि त्या
वर्षदां त्याचे बरोबर आहे, जे
उणा अथवा पायाचे लाहा
बाकी बरोबर आहे.

प्रथम आकृति ह्मणजे त्रि-
रव्या काय आहे?

राशींत गोळ्यांचे समपात
प्रत्येकीं समबाजू त्रिकोण
तील गोळे गणित श्रेढी आहे
उपद, आणि गळ हीं कळलीं
ही, या आठ थरांची अथवा
कोण राशींतील सर्व गोळ्यां

प्रथम अथवा

गोळ्यांची संख्या

$$\text{हेला} = (८+१) \times ४ = ३६$$

$$\text{सरा} = (७+१) \times ३ = २८$$

$$\text{सरा} = (६+१) \times ३ = २१$$

$$\text{था} = (५+१) \times २ = १२$$

$$\text{चवा} = (४+१) \times २ = १०$$

$$\text{हावा} = (३+१) \times १ = ४$$

$$\text{सातवा} = (२+१) \times १ = ३$$

$$\text{आठवा} = (१+१) \times ३ = १$$

शींतील

वेरीज १२०

फगह दुसरी आकृति, या चौरस
ची संख्या काढ. जिचे ईफ खालचे
आठ गोळे आहेत.

गोळींत गोळे ८ आहेत, आणि तिचे वरचे
सणून त्या ओळी या श्रेढींत आहेत
३, २, १ यांत प्रत्येक पद त्या त्या चौर
स आहे ज्या थरापासून चौर सराशि
पासून निघते कीं, या मूळ पदांचे वर्ग
ही गोळ्यांची संख्या आहे; म्हणजे वर्ग
 $३ + २ + १ + ३ + २ + १ = २०$ आहेत.
शींतील इच्छिले गोळे जाले.

बकड ईफ तिसरी आकृति; या का
शींतील गोळ्यांची संख्या काढ. जींत
णि बक = ७

इच्छिली काटकोन-चौकोन राशि, अ
राशि, जिचे खालचे थराचे एके ओळी
आणि या शिवाय ९ गणित त्रिकोण,

गळ कळले आहेत, त्यांणी
रितां जर चौरस राशीचे

१४०

२५२

न राशींतील गोळ्यांची सं-

टीप.

त्रिकोण राशि आणि चौको
मथरांतील गोळ्यांची संख्या
कोष्टक खालचे थराचे एक
पासून ४० पर्यंत दाखवितो;
थवा प्रत्येक थरांतील संख्या;
बेरीज दाखवितो; ह्यणजे
रीज, ज्या संख्यां स बहुते
कोष्टक अ कोष्टकांतील
जे प्रत्येक समथरांतील
कोष्टक या चौरस थरांची
ील गोळ्यांची संख्या दा-

ब	अ	उ	ई
त्रिकोण संख्या	मूळ अंक	मूळ अंकांचे वर्ग	या वर्गांची बेरीज
१	१	१	१
३	२	४	४
६	३	९	९
१०	४	१६	१६
१५	५	२५	२५
२१	६	३६	३६
२७	७	४९	४९
३६	८	६४	६४
४५	९	८१	८१
५५	१०	१००	१००
६६	११	१२१	१२१
७७	१२	१४४	१४४
९०	१३	१६९	१६९
१०५	१४	१९६	१९६
१२०	१५	२२५	२२५
१३५	१६	२५६	२५६
१५०	१७	२८९	२८९
१६५	१८	३२४	३२४
१८०	१९	३६१	३६१
१९५	२०	४००	४००
२१०	२१	४४१	४४१
२२५	२२	४८४	४८४
२४०	२३	५२९	५२९
२५५	२४	५७६	५७६
२७०	२५	६२५	६२५
२८५	२६	६७६	६७६
३००	२७	७२९	७२९
३१५	२८	७८४	७८४
३३०	२९	८४१	८४१
३४५	३०	९००	९००
३६०	३१	९६१	९६१
३७५	३२	१०२४	१०२४
३९०	३३	१०८९	१०८९
४०५	३४	११५६	११५६
४२०	३५	१२२५	१२२५
४३५	३६	१२९६	१२९६
४५०	३७	१३६९	१३६९
४६५	३८	१४४४	१४४४
४८०	३९	१५२१	१५२१
४९५	४०	१६००	१६००
५१०	४१	१६८१	१६८१
५२५	४२	१७६४	१७६४
५४०	४३	१८४९	१८४९
५५५	४४	१९३६	१९३६
५७०	४५	२०२५	२०२५
५८५	४६	२११६	२११६
६००	४७	२२०९	२२०९
६१५	४८	२३०४	२३०४
६३०	४९	२४०१	२४०१
६४५	५०	२५००	२५००

राशींतील खालचे थराचे एके
ल, तर सर्व राशींतील गोळे १३३०
मोरस राशींतील गोळे २४७० हो
प किंवा त्रिकोण राशींच्या संख्या
त्यानें खालचे थराचे ओळीची सं

काटकोन चौकोन राशींची ही सं
यांत लहान बाजूंत ४० पेक्षां अधि
लहान आणि मोठी या बाजूंची
धिक नसेल असें एक काटकोन चौ
बाजूंत १५ आणि मोठे बाजूंत ३५
चौकोन राशींची ह्मणजे कल्प
न चौकोन राशि जाली आहे;
मून काढावी; ह्मणजे एक चौर
काढावी, जिचे खालचे थराचे एके
इत! ह्मणजे ही कोष्टकांत १२४०
त्रिकोणाचे खालचे ओळींत सं-
मोरची त्रिकोण संख्या १२० यां
ण, चौरसाचे बाहेर २० त्रिकोण
मोरस राशींची संख्या मिळवावी,
 $२४० = २४०० + १२४० = २५४०$

काटकोन चौकोन राशींतील गोळ्यांची
जाली.

दुसरी टीप.

जाचे सारणीकोष्टक कोणतेही राशींती
ख्या स्वल्प श्रमानें आणि त्वरेनें काढाया
गत.

राशिचें गणितकरा }
$$\frac{(n+2) \times (n+1) \times n}{6}$$

कोष्टक आहे.

राशिचें गणितकरा }
$$\frac{(n+1) \times (2n+1) \times n}{6}$$

कोष्टक आहे.

त न अक्षर खालचे थराचे एक ओळी
वितें! ह्मणजे जिचे खालचे थराचे एक
आहेत, त्या त्रिकोण राशीमध्ये सग
होईल.

$$\frac{(30+2) \times (30+1) \times 30}{6} = 495 \text{ गोळे.}$$

, जिचे खालचे थराचे एक ओळींत
ची संख्या हीच होईल.
$$\frac{(30+1) \times (60+1) \times 30}{6}$$

कोन राशीचा सारणीकोष्टक हा आ
$$\frac{(n+2) \times (n+1) \times n}{6}$$
 ज्यांत न अक्षर थरांची संख्या

र वरचे थराची एकोन संख्या
 कोन चौकोन राशीमध्ये ३०थ
 त ३१ गोळे आहेत.
 २३४०५ गोळे.

रीटीप.

कगम आहे, जिणे तीन प्रका
 त्रिकोण राशि, चौरस राशि,
 राशि, यांतील गोळ्यांची संख्या-
 सरे आकृतीवर लक्ष्य ठेऊन

× ३ वडक = त्रिकोण राशी

× ३ गफह = चौरस राशी

ई) × ३ अबक = काटकोन
 राशि संख्या.

ति निघते, पायाचे बाजूचे ए
 संख्या आहे ती, आणि तिसरी
 चे ओळीतील संख्या, (ती
) आणि पायाशीं समांतर रा

या, अशाया तीनसंख्या एकत्र मि
तिर्कस बाजूंतील गोळ्यांचे संख्ये
गावी, तो गुणाकार राशींतील इ

ण आणि श्रेढी.

जे एकपद दुसरे पदाचा काय
गुणक आहे; अथवा एकपद दु
असा विचार करतां पदसंबंधि
दोन पदांतील प्रथम पदास
दुसरे पदास उपाग्रसर. त्या
कार आहे. जें एक दुसऱ्यानें

णांत आहेत, जेव्हां दोन यु
हे, अथवा जेव्हां प्रथम पद
गुणक आहे, तसाच तिसरें
, आणि अ, अर, ब,
आहेत.

णि अर = बर = र, आणि

सैं, ३ : ६ :: ४ : ८, इत्या

गिंतील सर्वपदांचें गुणो

सैं, १, २, ४, ८, १६.

त.

गुण हाच आहे कीं, को

मथवा कोणते ही एकप

णाकारा बराबर आहे.

तरानें दोहोंकडून घे

गिंतील. १, २, ४, ८, १६.

$$= ४ \times १६ = ८ \times ८ = ६४$$

जर

दाखवितो.

एकपदाची किंमत

६. यापुढील सामान्य

$$र = \left(\frac{र}{अ}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$स = अ \times र^{n-1}$$

$$अ = \frac{स}{र^{n-1}}$$

$$न = \frac{का \cdot अ}{का \cdot र} = \frac{का \cdot र + का \cdot स - का \cdot अ}{का \cdot र}$$

$$स = \frac{र^n - 1}{र - 1} \times अ = \frac{र^n - 1}{र - 1} \times \frac{स}{र^{n-1}} = \frac{र \cdot स \cdot अ}{र - 1}$$

णी अनंत आहे, तेव्हा अतिलाहानपद अ
णि सर्वधन स = $\frac{र \cdot स \cdot अ}{र - 1}$ होतें.

ही चढते मूमिति श्रेणीमध्ये अथवा को
ध्ये ज्याचा आरंभ १ पासून होतो, तर ति
तवें इत्यादि पदे वर्ग होतील. चवथें, सा
त्यादि पदे घन होतील; आणि सातवें व
ही होईल. जसें या श्रेणींत १, र, र^२,
र^३, र^४, र^५ इत्यादि, र, र^२, र^३, र^४,
र^२, र^३, र^४ हे घन आहेत; आणि र^५ हा
ही आहे.

ती श्रेणी मध्ये गुणोत्तर र अपूर्ण आहे आणि
अ.

मनंत असेल, तर स = $\frac{अ}{र-1}$ यांत अ प्र
गतो.

रपदे प्रमाणांत आहेत. जसें, अ, अ
मथवा. २, ६, ४, १२, तेव्हा त्या पदांची

पर प्रमाणांत होतील.

ः वः वर, अथवा

ः वरः व, —————

ः अरः वर, —————

अरः वः व + वर, —————

र-अः वः वर-व, —————

ः अर-अः वर + वः वर

रकः वः वर. —————

ः वर. —————

रपदें समस्वर प्रमाणांत

न ५ वः क ५ ड. अ

वै, वै, कै, डै, गणित प्रमा

उदाहरणें.

एक भूमिति श्रेढीचें प्रथम पद १ आहे,
गळ १२ इंचें सर्व धन काय होईल?

तां $1 \times 2 = 1 \times 2040$ हें अति मोठें पद आहे.

$$\frac{2040 \times 2 - 1}{2 - 1} = \frac{4080 - 1}{1} = 4079 \text{ हें इ}$$

एक भूमिति श्रेढीचें प्रथम पद $\frac{1}{2}$ आहे, गु
गळ ८, तिचें सर्व धन काय होईल?

$$\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ हें अति मोठें पद.}$$

$$\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) \div \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{2} =$$

हें इल्लिलें सर्व धन.
१, २, ४, ८, १६, ३२ इत्यादि
सर्व धन काय?

उत्तर, १०४८५७५

१, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ इत्यादि गळ ८,
य?

उत्तर, १ $\frac{120}{128}$

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ इत्यादि गळ १०, या

उत्तर, १ $\frac{10481}{12800}$

, ८, १६, ३२ इत्या

२२९४०१४९६७०३२०५३७५

मवळ बहुत चांगला ए-
नुष्याने पाहून विकत-
मतिज्ञा सांगितली कीं,
आहेत, त्यास प्रथमचु
वे त्याचे दुपटीने वाढते,
रु त्यास घोडा मिळेल
तो घोडा घेणेंतर कि

पा. रे.

११०० ७५

नी.

क्तपद भाजक आहे,
संयुक्त करणी पदाचे
अथवा दुसरे कांहीं
वाढविली तरी अं

जसे अपूर्णांकगणितांत दशांश[#]
 ती एक पदे प्रथम उत्पन्न करून, श्रेणीचा
 र्इल, आणि तपशिलाचा श्रम केल्यावांचू
 श्रेणी पुढे चालवितां येईल.

प्रथमकृत्य.

दांस भागाकारानें अनंत श्रेणीचें रूप

रीति.

रीतीनें अंशछेदांनीं भागावे, आणि हे
 इच्छा आहे पर्यंत वाढवावें, ह्मणजे इ-
 णी उत्पन्न होईल.

उदाहरणें.

$\frac{1}{2}$ यास अनंत श्रेणीचें रूप दे.
 $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \dots$ इत्यादि.

रीति हांकर बाह्यस साहेब यांहीं प्रथम कामांत आणि
 सवीसभ्यें त्याणीं गणित पुस्तकें वापिलीं त्यांत $\frac{1}{2}$ हें अ-
 कारानें भागतां भागतां ही अनंत श्रेणी रीति उत्पन्न
 $+ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ इत्यादि.

२ ब
अ

२ ब

अ इत्यादि.

त श्रेणीचें रूपदे.

+ अ + अ + अ + इत्या.

अ

अ

अ - अ

+ अँ

+ अँ - अँ

+ अँ इत्यादि

 $\frac{ब}{अ+क}$ यास अनंत श्रेणीचें रूपदे.

 $र, \frac{ब}{अ} \times (1 - \frac{क}{अ} + \frac{क}{अ} - \frac{क}{अ} + \text{इत्यादि}).$
 $\frac{ब}{अ}$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

 $र, 1 + \frac{ब}{अ} + \frac{ब}{अ} + \frac{ब}{अ} + \text{इत्यादि}.$
 $\frac{क्ष}{अ+क्ष}$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

 $र, 1 - २ क्ष + २ क्ष - २ क्ष + २ क्ष - \text{इत्यादि}.$
 $\frac{प्र}{अ+ब}$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

 $र, 1 - \frac{३ब}{अ} + \frac{३ब}{अ} - \frac{३ब}{अ} + \text{इत्यादि}.$
 $\frac{क}{अ} = ३$ यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

दुसरें कृत्य.

हरणी पदास अनंत श्रेणीचें रूप द्याव

रीति.

तीनें त्याचें मूळ काढावें, आणि हें मूळ कृत्यंत वाढवावें, ह्मणजे इतिली अनंत श्रेणी, परंतु ही रीति वर्ग मूळ काढायास उ

ताचें मूळ काढायास बहु

णें.

अनंत श्रेणींत मूळ काढ.

$\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} - \frac{1}{8\sqrt{2}}$ इत्यादि.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \\ \hline \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \\ \hline \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} + \frac{1}{8\sqrt{2}} + \frac{1}{16\sqrt{2}} \\ \hline \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{array}$$

अनंत श्रेणींत वादीव.

$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ इत्यादि.

अनंत श्रेणींत वादीव.

$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ इत्यादि.

अनंत श्रेणींत वादीव.

√ अ-२ वक्ष-क्ष यास अनंत श्रेणी

तिसरें कृत्य.

द्वियुक्पदाचें मूळ काढायाचें, अथवा
यास अनंत श्रेणीचें रूप द्यावयाचें.

ढील सारणी कोष्टका पासून होते, असें
क्षरांचे स्थानीं द्वियुक्पदाचीं अक्षरें ठेवि

$$= p^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n} p^{\frac{m-1}{n}} a + \frac{m-1}{2} p^{\frac{m-2}{n}} b + \frac{m-2}{3} p^{\frac{m-3}{n}} c + \dots$$

प्रथम पद दाखवितो.

द्विरे पद प्रथमानें भागिलें तें दाखवितो.

त किंवा मूळ याचा प्रकाशक दाखवितो.

उ इत्यादि अक्षरें त्यांचे त्यांचे पूर्वी
तात.

उदाहरणें.

१+ २ याचें वर्ग मूळ अनंत श्रेणींत

$\frac{m}{n} = \frac{1}{2}$! याजकरिता

श्रेणीचे प्रथम पद.

ब हें श्रेणीचे दुसरें पद.

$-\frac{b}{a+b} =$ क हें श्रेणीचें

$$a \times \frac{b}{a} = \frac{3b}{2 \cdot 4 \cdot 6 a} = 3$$

$$\frac{b}{2 \cdot 4 \cdot 6 a} + \frac{3b}{2 \cdot 4 \cdot 6 a} - \text{इत्या}$$

$$\frac{b}{4 \cdot 6 a} - \frac{3b}{4 \cdot 6 a} + \text{इत्यादि.}$$

अथवा त्याचे बरोबर किम

नंत श्रेणींत किंमत काढ.

$$-\frac{1}{a}, \frac{m}{n} = \frac{-2}{1} = -2;$$

श्रेणीचे प्रथम पद.

पुढें सांगतो, त्या प्रकारें सगळीं करावी.

कोणतीही करणी छेद स्थळांवरून अं

छेदस्थळां नेणें हें तिचें प्रकाशक

$= 1 \times \frac{a}{a}$ अथवा $\frac{a}{a}$, इतकें मात्र, आ

$(a+b)$ इतकें मात्र, आणि $\frac{a}{a+b} = \frac{a}{a+b}$

$$\text{आणि } \frac{(a+b)}{(a-b)} = (a+b) \times$$

$$x - \frac{क्ष}{ज} = \frac{१क्ष}{ज} = १ \text{ ओं क्ष} = व$$

$$\frac{क्ष}{ज} \times \frac{क्ष}{ज} = \frac{१क्ष^२}{ज^२} = १ \text{ ओं क्ष}^२ = क$$

$$x \times \frac{३क्ष}{ज} \times \frac{क्ष}{ज} = \frac{४क्ष^२}{ज^२} = ४ \text{ ओं क्ष}^२$$

पर.

१ ओं क्ष^२ + ४ ओं क्ष^२ + इत्यादि.

$\frac{१क्ष^२}{ज^२} + \frac{४क्ष^२}{ज^२} + \frac{९क्ष^२}{ज^२}$ इत्यादि इति

याची किंमत अनंत श्रेणींत काढ.

$+\frac{क्ष^२}{ज} + \frac{क्ष^२}{ज} + \frac{क्ष^२}{ज} + \frac{क्ष^२}{ज}$ इत्यादि.

अथवा $(\frac{क्ष}{ज} + \frac{क्ष}{ज})$ याची किंमत

$\frac{१क्ष^२}{ज^२} + \frac{२क्ष^२}{ज^२} - \frac{१क्ष^२}{ज^२}$ इत्यादि.

यास अनंत श्रेणींत वाढीव.

$-\frac{१व^२}{ज^२} + \frac{२व^२}{ज^२} + \frac{१व^२}{ज^२} +$ इत्यादि.

अथवा $(\text{ओं} - \text{क्ष})$ यास

$\frac{क्ष^२}{ज^२} - \frac{क्ष^२}{ज^२} - \frac{क्ष^२}{ज^२} - \frac{१क्ष^२}{ज^२}$ इत्यादि.

$-\text{व}^२)$ अथवा $(\text{ओं} - \text{व})$ याची

काढ.

$\frac{व^1}{१२अ} - \frac{५व^1}{१२अ} -$ इत्यादि.

, अथवा (अ + क्षै) रेखा

द.

$\frac{३क्षै^1}{१२अ} + \frac{६क्षै^1}{१२अ} +$ इत्यादि.

मृक अनंत श्रेणीतिकाद.

$\frac{व^1}{१२अ} - \frac{व^1}{१२अ}$ इत्यादि.

मृक अनंत श्रेणीतिका

$\frac{व^1}{१२अ} - \frac{१०व^1}{१२अ}$ इत्यादि.

समरा भाग.

कल्य.[#]

व वजावाक्यांच्या वेगळा

यांतून वजा करावे, तसें

णि वर्गसमीकरण हीं शिकल्या

तिसरें चौथ्यांतून, या प्रमाणें पुढें
 एक नवी श्रेणी उत्पन्न होईल,
 म परंपरा ह्मणतात.

श्रेणींतील प्रथमपद दुसऱ्यांतून व
 दुसऱ्यांतून, या प्रमाणें पूर्ववत् करा-
 यांपासून एक दुसरी श्रेणी उत्पन्न
 होई. दुसरी परंपरा ह्मणतात.

पुढें तिसरी चौथी पांचवी इत्यादि
 परंपरा काढाव्या, बाकीं होईपर्यंत
 जन आहे पर्यंत.

उदाहरणें.

४, ८, १३, १९, २६ इत्यादि.
 यांच्याच्या वेगळाल्या परंपरा काढ.

४, ८, १३, १९, २६ इत्यादि सां

४, ५, ६, ७ इत्यादि प्र

१, १, १, १ इत्यादि दु

०, ०, ०, ० इत्यादि ति

याजवर काम स्तब्ध जालें.

१६ , ३२ , ६४ , १२८
त्यांच्या वेगळाल्या परंपरा

१६ , ३२ , ६४ , १२८ इत्या

१६ , ३२ , ६४ इत्या

१६ , ३२ इत्या

८ , १६ इत्या

४ , ८ इत्या

४ इत्या

इत्या

४ इत्या

वेगळाल्या परंपरा काढ.

परंपरा १, १, १, १ इत्यादि.

परंपरा ०, ०, ० इत्यादि.

४, ९, १६, २५ इत्यादि या व
णीचे वजाबाक्यांच्या वेगळाल्या परं

परंपरा ३, ५, ७, ९ इत्यादि.

परंपरा २, २, २ इत्यादि.

परंपरा ०, ० इत्यादि.

६, २७, ६४, १२५ इत्यादि या
श्रेणीचे वजाबाक्यांच्या परंपरा का

६, २०, ५०, १०५ इत्यादि या
च्या परंपरा काढ.

दुसरें कृत्य.

शिचें कोणतेंही पद काढायाचें.

रीति.

क, ड, ई, इत्यादि सांगित
आणि ड', ड'', ड''', ड''', इत्या

$$= \frac{n-1}{1} + \frac{n-1}{1} \cdot \frac{n-2}{2} + \frac{n-1}{1} \cdot \frac{n-2}{2} \cdot \frac{n-3}{3} + \dots$$

२, १४, २० इत्यादि

५, २० इत्यादि सांगित

, ५ इत्यादि प्रथम

१ इत्यादि दुसरी

इत्यादि तिसरी

इं = ० आणि अ = २, न

१४२

$$1 + \frac{n-1}{1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{n-1}{1} \cdot \frac{n-2}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{1-2}{2} \times 1 = 2 + 20 + 24 = 46 \text{ इ}$$

उत्तर.

, १२, २०, २० इत्यादि, या श्रेणी

, १२, २०, २० इत्यादि सांगितली

, ५, १० इत्यादि प्रथम प

, २, २ इत्यादि दुसरी परं

, ० इत्यादि तिसरी प

१ = २, आणि अ = २, न = २०

$$1 + \frac{n-1}{1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{n-1}{1} \cdot \frac{n-2}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2 +$$

$$2 + 20 + 24 = 46 \text{ इति लें वि}$$

, ६, १० इत्यादि, या श्रेणीचे

उत्तर, १५

, १२, १२ इत्यादि, या श्रे

४३

हे?

उत्तर, ६४

२७, ६४, १२५ इत्यादि, याश्रे

उत्तर, ८०००

परिकृत्य.

पिचीं पदे एकमचे अंतरानें अ
पासून कोणतें ही आंतलें प

ति.

पदे दारखवाया करितां य
रंभापासून त्या पदा पर्यंत अं
वे, आणि डं डं डं डं
प्रथम पदे दारखवायास असा

क्षड + क्ष० $\frac{क्ष-१}{२}$. डं + क्ष०
 $\frac{क्ष-१}{२}$. $\frac{क्ष-२}{२}$. $\frac{क्ष-३}{२}$. डं + इ
होईल.

प्रथ०परंपरा दु०परं० ति०प०

६ " १५ - ३ " ४ = २ " १५) = ३
पनाचें अंतर, अ = ८.७२८३३५६,
ड = - १२६, आणि ड = १,
क्षड + क्ष. $\frac{क्ष-१}{२}$. ड + क्ष. $\frac{क्ष-१}{२}$. $\frac{क्ष-१}{२}$
+ $\frac{क्ष}{२}$ ड + $\frac{१५}{२८}$ ड) = ८.७२८३३५६ +
• • १७७१८७५ + • • • • • ११७ =

ॐ, ऐ, ऐ, ऐ, ऐ ही सांगितली श्रे-

या दोन पदांचे मधील पद

उत्तर, ३०५

॥ १ ॥ २ आणि १ ॥ ३

सांगितली आहे, आणि

तम भुजज्या इच्छिली आ

उत्तर, ६०३५३७५३३

कृत्य.

तेही मधील पद काढायाचें,

णीच्या प्रथम वाक्या लघु

ते.

ड, इ, फ इत्यादि अ

ी दाखवायास घ्यावी, आ

संख्या.

न. ३०५. क-म. ३०५.

३. ई - इत्यादि = ० या पा

उदाहरणें.

, ११, १२, १३ आणि १५ यांची व
आहेत, आणि इच्छिलें आहे कीं, चौदावें

आणि ई = इच्छिलें पद.

$$\sqrt{१०} = ३१६२२७७६$$

$$\sqrt{११} = ३३१६६२४८$$

$$\sqrt{१२} = ३४६४१०१६$$

$$\sqrt{१३} = ३६०५५५१२$$

$$\sqrt{१५} = ३८७२९८३३$$

= ५, आतां श्रेणी ६ पदें पावेतो वा

जकरितां अ-नब + न $\frac{n-1}{2}$.

३. ड + न $\frac{n-1}{2}$ $\frac{n-3}{2}$ $\frac{n-5}{2}$ ई-न.

$\frac{n-7}{2}$ फ = ० नंतर ईची किंमत का

अंतरानें हें उत्पन्न होतें. न $\frac{n-1}{2}$.

- अ + नब - न $\frac{n-1}{2}$ क + न.

$\frac{n-1}{2}$ $\frac{n-3}{2}$ $\frac{n-5}{2}$ $\frac{n-7}{2}$ फ, यास

त हें रूप हीतें. ५ ई = - ३१६२२७७६

३ ४६ ४१०१६) +
८३३ = ५५५११६१९३
१७, आणि ई = .
इल्लिलें मूळजवळज

४१ आणि ४२ यां
आणि इल्लिलें आहे

६ ३२४५५५३२
४८ आणि ४९ यां
आणि इल्लिलें आहे

तर, ३ ६८४०३३

।

रवायाचें.
पदामध्ये अत्यक्त
पदाचे किमतीचाशो
होतो, ज्या श्रेणींत
चे घात आणि व्यक्त

रीति.

पदाची किंमत दाखवा या करितां ए
तिचें रूप फिरवायाचे सांगितले श्रेणी

आणि इचे घात सांगितले श्रेणीचीं
घात यांचे स्थळीं ठेवावीं.

जालेलीं तीं पदे सांगितले श्रेणीतील
दांचे बरोबर करावीं, ह्मणजे घेतले वे
मत उत्पन्न होते.

उदाहरणे.

अ क्ष + बक्षे + कक्षे + डक्षे + इत्य
गितली श्रेणी असावी. यांतील क्ष ची वि
माणि व्यक्तपदांत काढावी.

क्ष घे, तेव्हां स्पष्ट आहे कीं, जर झ अ
त सांगितले श्रेणी मध्ये क्ष आणि त्यां
ठेविले तर झ चे घात प्रकाशक हे ह
, ३ न, ४ न इत्यादि, आणि १, याउ
आणि या घात प्रकाशकांच्या वजाव

१, ४ इत्यादि. ह्यणजे
 णीच घातप्रकाशकांच्या-
 या; ह्यणून घेतली श्रेणी
 १ + कज्ञे + उज्ञे + इ
 णी वर्गादिके कस्मिन् वाट
 वर्गादि घातस्थलीं ठेवि
 रूपा होईल.

१ + अउज्ञे + इत्यादि.
 २ + २बअकज्ञे + इत्यादि.
 + बबेज्ञे + इत्यादि.
 + ३कअबज्ञे + इत्यादि.
 + उअज्ञे + इत्यादि. } = श

चे सारिखे घात आहेत
 जातात.

अ = $\frac{1}{अ}$,

अथवा ब = $(-\frac{बअ}{अ}) = -\frac{ब}{अ}$

ज्ञे = ०) अथवा क = $(-२$

उ = $(-\frac{२बअक + बबे + अ}{अ})$

अडे इत्यादि.

अज्ञ + बज्ञे + कज्ञे + इ-

क.ज्ञे - $\frac{२ब - अबक + अडे}{अ}$.

छिली श्रेणी जाली.

न जालेली श्रेणी, ज्यांत सांगि
क पदांचे घातां सारिखे घात आ
रण सारणी कोष्टक आहे.

$\text{क्ष}^0 + \text{क्ष}^1 - \text{क्ष}^2 + \text{इत्यादि} = \text{ज्ञ},$
न इछिली आहे.

$\text{ब} = -१, \text{क} = १, \text{ड} = -१$ इत्यादि,
रणाचे समीकरणांत ठेऊन हें
 $\text{ज्ञ} + \text{ज्ञ}^1 + \text{ज्ञ}^2 + \text{ज्ञ}^3 + \text{इत्यादि}$ हें

$\text{क्ष}^0 + \text{क्ष}^1 - \text{क्ष}^2 + \text{इत्यादि}, = \text{य},$
ही आहे.

करून $\text{अ} = १, \text{ब} = -३, \text{क} = ३, \text{ड}$
र्व उदाहरणाचे समीकरणांत
 $\text{क्ष} = \text{य} + \text{य}^1 + \text{य}^2 + \text{य}^3 + \text{इ}$

हावेंकृत्य.

तश्रेढीचें न पदापर्यंत सर्वधन

, ड, ई, इत्यादि अक्षर
 खवायासंघे, स = न पदपर्यंत
 , ड, इत्यादि चिन्हें प्रथम
 गळाल्या परंपरा दाखवाया.

$$न \cdot \frac{n-1}{2} \cdot ड + न \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot ड + न \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{2} \cdot \frac{n-3}{2} \cdot ड$$

हे न पदपर्यंत श्रेणीचें इत्ति

२, ३, ४, ५ इत्यादि न
 नकाढायाचा.

, ४, ५ इत्यादि सांगितली

१, १ इत्यादि प्रथम परंप

, ० इत्यादि दुसरी परंप

, ड = ०, तेव्हां न अ + न.

$$\frac{n \cdot ड}{2} = \left(\frac{2n + n - n}{2} \right) = \frac{n \cdot n + 1}{2}$$

२२८

$$\frac{८०}{६५} = \frac{८०}{६५+४} + १$$

$$८० = \frac{८० \times ६५}{६५+४} + ६५$$

गुणून $८० \times ६५ + ३२० = ८० \times ६५ + ६५^२ + ४ \times ६५$

मूतून टाकून $६५^२ + ४ \times ६५ = ३२०$

$$६५^२ + ४ \times ६५ + ४ = ३२४$$

$$६५ + २ = १८$$

तर करून $६५ = १८ - २ = १६$ मेंढ्यांची सं

दोन संख्याकाढ, अशा कीं त्यांची बेरी
आणि त्यांचे चतुर्घातांची बेरीज ४७२१

दोन संख्यांची वजाबाकी दारववायास

न ह्मणजे $\frac{अ+६५}{१६}$ ही मोठी संख्या.

६५ ह्मणजे $\frac{अ-६५}{१६}$ ही लाहान संख्या आ

$$\text{आणें} \quad \cdot \quad \cdot \quad \frac{(अ+६५)}{१६} + \frac{(अ-६५)}{१६} = ब$$

$$\cdot \quad \cdot \quad (अ+६५) + (अ-६५) = १६$$

ची बेरीज २ अ + १२ अ ६५ + २ ६५ = १६ व

$$\begin{aligned} \text{क्ष} + ६\text{अक्ष} &= ८\text{ब} - \text{अ} \\ \text{अक्ष} + \text{अ} &= ८\text{ब} + ८\text{अ} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{क्ष} + ३\text{अ} &= \sqrt{८(\text{अ} + \text{अ})} \\ \text{क्ष} &= \sqrt{८(\text{ब} + \text{अ})} - ३\text{अ} \\ \text{क्ष} &= \sqrt{८(\text{ब} + \text{अ})} - ३\text{अ} \\ \text{किंमत १३ आणि बची ४७२१} \end{aligned}$$

$$+ २०५५१) - ५,०७$$

७

$$\begin{aligned} \text{किंमत हणजे दोन संख्यां} \\ = \frac{१३ + ३}{२} = \frac{१६}{२} = ८ \text{ ही मोठी} \end{aligned}$$

$$\frac{१३}{२} = \frac{१३}{२} = ५ \text{ ही लाहान सं}$$

$$\text{आणि } ८ + ५ = १३ \text{ हें उत्तर.}$$

काय आहे की जिचा वर्ग
४२ होता त?

उत्तर, ६

या काढ अशा की त्यांतील ला

मोठे संख्येस होईल. जशी मोठी संख्या
आणि त्या दोन संख्यांचे वर्गांची बे

उत्तर, ३ आणि ६
त्या दोन संख्या काय आहेत, कीं ज्यांची
माहेत, आणि ज्यांचे घनांची वजाबा-

उत्तर, ३ आणि ५
त्या दोन संख्या काय आहेत, कीं ज्यां
तात, आणि ज्यांचे घनांची बेरीज ७२

उत्तर, २ आणि ४
त्या दोन संख्या काय आहेत, कीं ज्यां
आणि ज्यांचे घनांची वजाबाकी ६३

उत्तर, ४ आणि ५
या संख्येचे दोन भाग कर, असे
गांचे वर्गांचा गुणाकार ७६४ होतील.

उत्तर, ४ आणि ७
या संख्येचे दोन भाग कर, असे कीं
पराने वेगळाले भागिले असता त्या

उत्तर, १ आणि ४
चे दोन भाग कर, असे कीं
कीचे आठपट होईल.

उत्तर, ४ आणि ८
चे दोन भाग कर, असे
वा वर्ग मोठे भागाचे दुप
धक होईल.

उत्तर, ४ आणि ६
ख्या काय आहेत, कीं
णि ज्यांची बेरीज त्यां-
असतां १०४ होतात?

उत्तर, ५ आणि ८
य आहे, कीं ज्या संख्ये
नमूळ अंकांचे गुणा का
गाकार ५ ३ येतो, आ-
तर बाकींत त्या संख्येती
ति होते?

उत्तर, ३२
चे तीन भाग कर, असे
२०० होईल, तसें प्र

परा या दोन भागांची वजाबाकी दुसरा
गांचे वजाबाकीहून २ या संख्येनें उणी

उत्तर, ५, ६ आणि ९
गा, गणितप्रमाणांत तीन संख्या का
ची बेरीज ५६ आणि प्रथम संख्येची ति
ची दुपट, आणि तिसरे संख्येची तिप
३२ होतील.

उत्तर, २, ४ आणि ६
३ या संख्येचे तीन भागकर, असे कीं
तर बराबर असेल, आणि त्या वर्गांची
ल.

उत्तर, १, ५ आणि ७
गणितप्रमाणांत तीन संख्या का
गांचे उत्तर बराबर, तसें ज्यांची बेरीज
चतुर्घातांची बेरीज १६२ होतील.

उत्तर, ३, ४ आणि ५
गणितप्रमाणांत तीन संख्या काढ,
उत्तर बराबर, आणि त्यांतील लाहा
मोठे दोन संख्यांचे गुणाकारांत मिळ
होतील, आणि अतिमोठे संख्येचा व

उत्तर, २, ४ आणि ६
 क या तिघांजणांनी
 मेळविला, त्यांत जर ब
 ळानें युक्त केलातर ९९०
 याचे वर्गमूळानें युक्त के
 त्या त्रिवर्गांत एकेकाचा

०, बचा ९००, कचा १४४
 गांत तीन संख्या काढ,
 ३, आणि त्या संख्या
 णिल्या असतां त्या ती
 णील.

२, २, ५ आणि ८
 काढ, अशाकीं ज्यांचा
 हीं मिळून ४७ होतात,
 चे बेरीजेतून वजा के

उत्तर, ५ आणि ७

दि समीकरण पृथक्करण.

करण अथवा तिसरे घाताचें समीकरण
ज्यांत अव्यक्त पदाचा तिसरा घात येतो.

क्षै-अक्षै+वक्ष=क

समीकरण तेंच होय, कीं ज्यांत अव्यक्त
त येतो. जसें, क्षै-अक्षै+वक्षै=क

समीकरण तेंच होय, कीं ज्यांत अव्यक्त
त येतो. जसें, क्षै-अक्षै+वक्षै=क

पुढें या प्रमाणें षट् घातादि समीकरणें जा
र्णित सर्व घात किंवा पदें जीं समीकरणां
रणी वांचून असावीं.

समीकरण पृथक्करणाच्या सामान्य रीति
रंतु त्या अति लांबट ह्मणून ही सोपी थो
री रीति पुढें सांगतो या रीतीवरून घ-
पृथक्करण स्वल्पांत आणि सत्वर हो

रीति.

चा तपशील करून दोन संख्या का

दस्थळीं वेगळाल्या ठेवा-
वेगळाल्ये चिन्हांनीं एक
सांगितली किंमत त्यक्त प
अंतर आहे त्या प्रमाणें
हानें तें अंतर युक्त करावें.
ले दोन संख्यांची वजाबा-
कानें गुणावी, आणि गुणा
रांचीं चिन्हें सरूप आहेत त
, आणि जरतीं विरूप आहे
किंवा या रीतीनें प्रमाणरा
रांची वजाबाकी किंवा बेरी
माबाकीस आहे. तसें कोणतें
हीस होईल.
पून शेवटीं भागाकार आ
मेळवावा, जर ती संख्या स
हून उणी आहे. आणि अधि
गंतून वजा करावा. ह्मणजे
मुळाचे जवळ जवळ एक सं
पूर्वीं मुळा जवळ जवळ दोन

आहेत त्यांतून अथवा दुसरी कोणतीही
 न मुळाजवळ आहे ती घेऊन पूर्वप्रमाणें
 णजे दुसरें मूळ निघेल. तें असें कीं पूर्वा
 जवळ. या प्रमाणें पुनः पुनः करीत जावें.
 मुळा जवळ जवळ संख्या निघत जाईल.
 प, दोन संख्या घेणें त्या अशा घ्याव्या कीं,
 उजवेकडे शेवटीं १ राहील. कारण ही बा
 याप्रमाणें गुणक १ हा अंक होईल. आणि
 समयी लाहान अंतर कामांत घ्यावया

प, गणिताचा तपशील करिते समयी
 दोन संख्या घेणें त्यांत एक किंमतीहून
 अधिक. या रीतीनें दोन मूळांक घेऊ
 करायास एकच अंक काढवा. नंतर
 स्थळीं ठेवून काम चालवावें. सांगितले
 क जाले तर पुनः याहून अधिक दुसरी
 वत्करावें. कदाचित् सांगितले संख्येहून
 याचे उलट दुसरी संख्या याहून उणी
 वें. या दोन संख्या घेऊन गणित करि
 र असा घ्यावा, कीं शुद्धपदसंख्येंत
 तरही चार अंक स्थानांची संख्या घेऊन

त शुद्ध संख्येत अकस्था-
 प्रतिगणित पर्यायांत पूर्व
 ने दुपट होतात, तेव्हा दुप
 नाही. आणि याप्रमाणे पुनः
 तरोत्तर खरे मुळाजवळ जव

रणे.

क्ष = १०० या घन समीकरणा
 काढ.

पुनः ४.२ आणि ४.३ या दोन
 संख्या खरी मूळ जाणून घे.

सं.	प्र.सं.	अन्यत्त	दु. संख्या
५	४.२	क्ष	४.३
२५	१०.६४	क्ष	१०.४९

१२५	७४०८८ .. क्षे .. ७९५०७
१५५	९५०९२८ .. बेरीज .. १०२०२९७
१००	१०० सांगितली किंमत १००
+ ५५	- ४००७२ .. अंतरे .. + २०२९७
बेरीज	६३६९ ही दोन अंतरांची बेरीज
-	जशी ६३६९ : १ :: २ २९७ : ००३६
४०२	ही ४०२ यांतून वजा करून
	क्ष = ४०२६४ हे जवळ जवळ आहे.

णि ४०२६५ या दोन संख्या घेऊन पुढे.

अव्यक्त	दुसरी संख्या
क्ष	४०२६५
क्ष	१८०९०२२५
क्ष	७७०५८१३१०
बेरीज	१०००३६५३५
सांगितली संख्या	१००
अंतरे	+ ०००३६५३५
दोन अंतरांची बेरीज	
:	०००२७५५२ : ००००४२९९ हे
क्ष =	४०२६४४२९९ हे जवळ जवळ

गलें समजावें हणून उ-
वर्गमूळादि कोष्टकांचे साहा
प्रति थोडक्यांत होईल.

+ ६३ क्ष = ५० या समीकरणा

किंमत काढ.

क्ष ची किंमत १ याहून कांहीं

पुनः १०३ आणि १०२

प्र. संख्या अव्यक्त दुसरी सं०

१०३ क्ष १०३

६४२६ ६३ क्ष ६४०९

१५६०० १५ क्ष १५०१३५

१०६१०० क्ष १०९२०२७

१ ४९०१५२०० चेरीज ५००६९३७

५० सांगितली किंमत ५०

१ २०४७९२ अंतरे १०६१३७

३८१ या अंतरांची बेरीज ३५४०१९
 २ जसे; ३५४०१९ : ०१ :: ०६९२२७
 जव :: ००१९५५५ तर क्षु =
 १००३ - ००१९५५५ ह्मणजे
 क्षु = १०२८०४ हे जवळ जवळ
 आहे.

वेळेस पूर्वी लिहिले आहे त्यांचे
 समीकरणास तितकीं मुळे आहेत,
 परंपरा येतात- अथवा तित-
 करणांत अव्यक्तपदाचा सर्वांहु
 जितक्या किंमतीचा आहे. ह्मण
 मूळ किंवा मुळाची किंमत ए-
 करणांत मुळे किंवा त्यांच्या किं
 मतीकरणांत तीन, चतुर्घातसमी

ही समीकरणांचे एकमूळ संनि
 हां राहिलीं मुळे किंवा त्यांच्या
 न काढितां येतात. आतां भा
 भाज्याकरितां व्यक्तसंख्येस
 भाजूस स्थळांतर करवें, ह्मण

क, ह्यणजे हा भाजक झा
य भागून जो भागाकार ये
होईल. ज्यांत सांगितले स
ल.

पूर्व संनिधरीतीनें काढावे.
दुसरें मूळ निघेल. नंतर
दुसरें समीकरणाहून एक
समीकरण करावे. नंतर या
पूर्वजवळचे रीतीनें काढावे.
ती तिसरी किंमत होईल. या
र्यंत नवे नवे समीकरण करि
करणीरीतीनें वर्गपुरा करून
तील - यारीती करून सर्व

चे समीकरणांत एकमूळ का
त्यास ऋण चिह्न आणि क्षुजो

भागाकार

-५० (क्ष-१३९७१९६१+४८६३२७)

०. आतां वर सांगितल्या प्रमा-

वर्गसमीकरण या रूपाचें आहे.

$$०.९७१९६ \text{ क्ष} = -४८.६३६२७$$

न क्ष च्या दोन किंमती या आहेत.

आणि ७.३९५४३ आतां या दोन सांगितले
राहिल्या दोन किंमती आहेत. म्हणजे.

$०.९७१९६ \text{ क्ष} = ५०$ या समीकरणाचीं तीन मुकें हीं आहे

५०.४
 ०.६५३
 २.५४३
 ०.००० } त. आणि सर्व मुळांची बेरीज व
राबर १५ म्हणजे ही बेरीज सां
गितलें घन समीकरणांतील दु
सरे पदाचे वेळा प्रकाशकाचे व

म्हणूनच हीं तीन मुकें शक्य आहेत. नाहीं

प. यावरचे रीतींत हा मोठा लाभ आहे.

न पृथक्करण करून किंमत काढायास त्या
रूपघातें लागतें, तसें या रीतींत नाहीं. का
समीकरणाचें जें रूप आहे त्यावरच ला
णांत कशींही करणीपदें किंवा संयुक्तप
पुढील उदाहरणांत.

$$४४६३ = (६३ + २०) + \sqrt{१९६६३ = (६३ + २०) =}$$

ाचें मूळ किंवा क्ष ची किंमत काढ.

रीत्यावर सत्वर कळतें कीं, क्ष ची किंमत

संख्या खन्या जाणून घे.

• • दुसरी संख्या क्ष = ८

४२०१ • • • ४६४७६

४२४३ • • • ६९२८३

• • • ११५७५९

किंमत • • ११४

• • • ४१७५९

२ हे जवळ जवळ

= $\frac{७००}{७०२}$ हे जवळ जवळ

जाजरितां यादून उणी ७०१

क्ष = ७०१

(क्ष + २०१) • • • ४७२७३

(क्ष + २४३) • • • ६५९०४

• • • ११३८७७

किंमत ११४

• • • ११३

• • • १२३

• • • ०२४

• • • ७०१

क्ष = १००२४ हेंज

प. ही रीति समीकरणाचें कसें ही बिकट
माजवर लागते. आणि ही रीति प्रकाशक
माजवर ही लागते.

समीकरण ह्मणजे अव्यक्ताचा घात प्रकाश
तें होय. जसें, या पुढील उदाहरणांत.
ण, $\text{क्ष}^{\frac{1}{2}} = १००$ या समीकरणांत क्षची किं

समीकरणाचें पृथक्करण सत्वर करायास
हीं, समीकरणाचें लागरतंम काढून ला
हाय्यानें पदांच्या वेगळाल्या किंमती

करणांत, दोन बाजूंचें लागरतंम हें आ

ग. = २ हें १०० चें लागरतंम आहे.

या पासून लवकर समजतें कीं, क्षची
दोन संख्यांचे आंत मध्याचे जवळ, प
दूर आणि ४ या संख्येचे जवळ. याज
णि $\text{क्ष} = २५$ या दोन संख्यांचे.

मशील करितां या प्रमाणें होईल.

$$\text{याचालाग} = 0.556303$$

$$3.6 \times 3.6 \text{ चालाग} = 2.002669$$

$$\text{खरालाग} = 2.000000$$

$$+ 2.002669$$

तरांची बेरीज

$$6.69 : 0.0203 \text{ ही दुसरे सं}$$

$$0.27 = \text{क्ष हे जवळ जवळ}$$

ं, हे थोडे कमी आहे. याजक

$$= 3.59726 \text{ या दोन सं-}$$

पशील करिता या प्रमाणे हो

$$\text{दुसरी क्ष} = 3.59726$$

$$3.59726 \text{ याचालाग} = 0.555558$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.59726 \times \\ 3.59726 \text{ चालाग} \end{array} \right\} = 9.999993$$

$$\text{खरालाग} = 2.000000$$

$$\text{अंतरें} \quad - 0.000008$$

$$x^2 - 9x + 40 = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ या } 8$$

र, क्ष = १०२०४७२४

३ क्ष + ४ क्ष + ५ क्ष =

की किंमत काय आहे?

र, क्ष = ८४१४४४५

६७०९ या समीकरणांत

उत्तर, क्ष = ८६४००२६८

११ क्ष - ३ क्ष = ११ या समी

आहे?

उत्तर, क्ष = १८३७५५

१ क्ष + १) - (क्ष - ४ क्ष

समीकरणांत क्ष ची किंमत

उत्तर, क्ष = १८३६०८७०

गकरायाची कार्डा नाची

ति.

हाथ्याने घनादिसमीकरणाचे

सामान्य रीति फार उपयोगी

आहे - परंतु घनसमीकरणांचेच मूळ का-
माने विशेष रीति दुसरी केली आहे, ती
होती. कारण, कदाचित् कोणी या रीतीवरून
आस इच्छील तरी चिंता नाही.

ने पृथक्करण करणे तर घनसमीकरणास
आपाहिजे ते हें होय. ह्मणजे, $इ^३ * अ$ इ
दुसरे पद किंवा दुसरे घाताचे पद त्यांत न
आतां कोणतेही घनसमीकरणास त्याचे रूप
जसें, $क्ष^३ + पक्ष^३ + कक्ष = २$. ह्मण-
मपदास वेळाप्रकाशक नाही असें. तर दुस-
तेथून घालविलें पाहिजे त्याची रीति $\frac{३}{२}$ प
मदाचे वेळाप्रकाशकाचा $\frac{३}{२}$ घेऊन त्यास
आणि कोणतेही दुसरे अव्यक्ताशीं जोडा
या प्रमाणें होईल. $इ - \frac{३}{२}$ प नंतर सांगि-
त अव्यक्त $क्ष$ चे स्थळीं ठेवावे. ह्मणजे ए
ल संक्षेप रूपाचें समीकरण उत्पन्न होईल.
ब हें रूप काढांनाचे रीतीनें पृथक्करण क-
आहिजे. आतां यांत $क = \frac{३}{२}$ अ आणि $ड =$
तील तर संक्षेप समीकरणास हें पूर्वीचें
 $* ३ कक्ष = २ ड$.

आणि $ड$ यांच्या दोन किंमती यापुढील

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{(ड+क)} \\ \text{क} \\ \sqrt{(ड+क)} \end{array} \right\} \#$$

मत ह्यै * अज्ञ = ब या
 वटी क्ष = झ - ३ प घे.

ही मूळ दोन भागांचे आहे. ह्यणजे
 ज सांगितले समीकरणांत झचे स्थ

= ब.
 - अ. आतां पूर्वसमीकरणांत १ क्षय
 णाचें हें रूप होईल. क्षे + ये = ब. आ
 ण ह्यणजे क्षय = - ३ अ याची चौप
 २ क्षे ये + ये = ब + ६ अ. नंतर याचें
 हें समीकरण क्षे + ये = ब या पूर्वसमी
 ण बाकी करून ही दोन समीकरणे उ

$$\left. \begin{array}{l} + \sqrt{(२ ब) + (३ अ)} \\ + \sqrt{(२ ब) + (३ अ)} \end{array} \right\} \text{अथवा}$$

१ दोन यांणी मागून घनमूळ वेऊन

या दोहोन्ही वेरीज बरवे मारणी कोष्टक

न दुसरी पदे समष्टेद केन्यापासून
 मारणी कोष्टकाचे किंमती बराबर

केंमत क्ष + पक्ष + कक्ष = २ या समीकरण होईल.

सांगितले समीकरणाने एकमूळ निघाल्या समीकरणपूर्वरीतीने एक घातकमीकरून उत्पन्न होईल. त्याचे वर्गपूरण रीतीने राहिले होते.

हा अ किंवा क हा वेळा प्रकाशक ऋण आड वर्गाहून अधिक आहे तर हा प्रकार मुख्यतः अशक्त आहे.

क्ष - ६ क्ष + १० क्ष = ८ या समीकरणाकडून काय आहेत?

सरे पद घालवावयाकरिता त्याचा वेळाप्रकाशाचा तृतीय भाग - २ आहे. याजकरिता क्ष = २

$$क्ष = क्ष + ६ क्ष + १२ क्ष + ८$$

$$क्ष = - ६ क्ष - २४ क्ष - २४$$

$$क्ष = + १० क्ष + २०$$

$$क्ष * - २ क्ष + ४ = ८$$

$$थवा क्ष * - २ क्ष = ४$$

$$आणि ब = ४ याजकरिता क = - २$$

याजकरिता

$$2 - \sqrt{\frac{20}{3}} = \sqrt{2 - \frac{10}{3}} \sqrt{3} = 0.42259$$

म की किंमत आहे. हणजे

$$2 = 4 \text{ हें क्ष} - 6 \text{ क्ष} + 1 \cdot \text{क्ष} = 0$$

ह. ...

करिता २४१ वें पृष्ठावरील री

...

$$\text{क्ष} - 0 (\text{क्ष} - 2 \text{ क्ष} + 2 = 0$$

...

...

...

$$\text{क्ष} - 0$$

$$\text{क्ष} - 0$$

...

$$\text{क्ष} = -2$$

$$\text{क्ष} + 1 = 1$$

$$\text{क्ष} - 9 = \pm \sqrt{-9}$$

$$\text{क्ष} = 1 \pm \sqrt{-9}$$

$$\text{क्ष} = 1 - \sqrt{-9} \text{ ही क्ष ची इ-}$$

$$20 \text{ क्ष} = 30 \text{ या समीकरणांत वे}$$

त?

$$\text{क्ष} = ३ \text{ अथवा } = ३ + १ - १ \text{ अथवा } = ३ - १ - १$$

$$\text{क्ष} + १४ \text{ क्ष} = २० \text{ या समीकरणांत}$$

हेत?

$$= ५ \text{ अथवा } = १ + १ - ३ \text{ अथवा } = १ - १ - ३$$

ळव्याज.

कितीही मुदतीने व्याज मुद्दल
माणांत आहे. याजकरिता एकव-
टोणतेही मुद्दल आणि त्याच्या मुद्द-
लाव हीं तीन परस्पर गुणून तो गुणा-
तीचे व्याज होईल. ह्मणजे जर
कवर्षाचे व्याजाचा दर असेल.

मेल.

असेल.

ह्मणजे व्याज आणि मुद्दल मिळू

दतीचे व्याज होईल. याजकरिता.

(+ रत) = अ ही व्याज मुद्दल

सरे समीकरण अल्पायासें
पदांच्या किंमती समजांत
प्रमाणें त्यांस एकत्र करितों.
हे व्याजमुद्दल.

मुद्दल.

व्याजाचा दर.

मुदती.

सरळ व्याजाचे दरानें कोणतें

मुदती असाव्या?

समीकरण कामांत घेतलें पा

त. यांत $A = २५$ प. ह्मणजे,

डेविली पाहिजे. तर $२५ = ५ +$

अथवा, $रत = १$ व्याजकरितां

१ एकवर्षाचें व्याज आहे. या

ल दुपट होण्यास त मुदती

१ मुद्दल त्याचे एकवर्षाचे व्या

मुदती भागाकार होय. अशांन

५ रुपये असेल, तर मुद्दल

१ असावीं. अथवा चौथे स-

मुदती सत्वरकळतील. $n = \frac{अ-प}{पर} = \frac{१५-१}{५}$
प्रमाणें बराबर आहे.

चक्रवाढव्याज.

व्याजांत येतात ह्मणजे,

याचा एकवर्षाचे व्याजाचा दर.

मुद्दल रास.

चक्रवाढव्याजांत दुसरे एक पद येतें.
चें गुणोत्तर. तें हें आहे कीं, एकरूपया
मुद्दल. हें पद दारववाया करितां च
ह्मणजे, $च = १ + र$. हें एकरूपयाचें
मुद्दल दारववितें. तेव्हां वेगळाले मुदतीचें
नें तपशील करितां कळतें. जसें,
तेही मुदतीचे व्याज मुद्दलास आहे,
मुत्तलें मुद्दल - त्या मुदतीचे त्याचे व्या
ह्मणजे,

$व :: प : पच$. हें एकवर्षाचें व्याज

पंच. हें दुसरे वर्षाचें व्या

पंच. हें तिसरें वर्षाचें व्या

पंच = अ हें व्याज मुद्दल
गापासून हें सामान्य समीक

व्याजमुद्दल.

मुद्दल.

गुणोत्तर

छा०४
च

क पद निघेल, जर राहिणी ती

रायाची इच्छा आहे, तेव्हा अया
ल मात्र वजा करावें. ह्मणजे बा

मुद्दल सांगितलें चक्रवाट व्या
कती मुद्दती असाव्या? तर हें स
रण कामांत घेतलें पाहिजे. परं

केता प्रमाणें अ = २५ तेझां या प्रमाणें

$$\frac{\text{ला.प} - \text{ला.प}}{\text{ला.च}} = \frac{\text{ला.२५} - \text{ला.प}}{\text{ला.च}} = \frac{\text{ला.२}}{\text{ला.च}}$$

वर्षांत १०० रुपयांस व्याजाचा दर ५ रुपये

+ ०.५ = १००.५ याजकरितां.

$$\frac{100}{100.5} = \frac{100 \times 100}{10050} = 9.95 \text{ हें जवळ जवळ}$$

ही मुद्दल १४ २/५ वर्षांत दुपट होतें, दर

पंचोत्रा व्याज चक्रवादीनें असेल त

सून आणि सरळ व्याजांत या सारिखे प्र

सून वेगळालें मुद्दल दुपट होण्यास सर

चक्रवाट व्याजानें किती किती मुदती

यास कोष्टक लिहितों.

कव्याज	चक्रवाढ व्याज.
५०	३५.०० २८
४०	२८.०७ ०१
३३ $\frac{१}{३}$	२३.४४ ९८
२८ $\frac{२}{३}$	२०.१४ ८८
२५	१७.६९ ३०
२२ $\frac{२}{३}$	१५.७४ ७५
२० $\frac{१}{३}$	१४.२० ६७
१६ $\frac{२}{३}$	११.८९ ५७
१४ $\frac{२}{३}$	१०.२४ ४८
१२ $\frac{२}{३}$	९.०० ६५
११ $\frac{१}{३}$	८.०४ ३२
१०	७.२७ २५

ग्यानिं वेगळाले दरानीं वे
गचा हिंसाब करायास फा

चिं व्याज मुदल कितीही वर्षांचे संख्येने.

३ रे	४	४ रे	५	६
०३५०	१-०४००	१-०४५०	१-०५००	१-०६००
०७१२	१-०८१६	१-०९२०	१-१०२५	१-१२६६
१०८७	१-१२४९	१-१४१२	१-१५७६	१-१९१०
१४७५	१-१६९९	१-१९२५	१-२१५५	१-२६२५
१८७७	१-२१६७	१-२४६२	१-२७६३	१-३३८२
२२८३	१-२६५३	१-३०२३	१-३४०१	१-३९८५
२७२३	१-३१५९	१-३६०९	१-४०७१	१-४०३६
३१६८	१-३६८६	१-४२२१	१-४७७५	१-५९३९
३६२८	१-४२३३	१-४८६१	१-५५१३	१-६८९५
४१०६	१-४८०२	१-५५३०	१-६२८९	१-७९०९
४६००	१-५८९५	१-६२२८	१-७१०३	१-८९८३
५१११	१-६०१०	१-६९५९	१-७९५९	२-०१२२
५६४०	१-६६५१	१-७७२२	१-८८९६	२-१३२८
६१८७	१-७३१७	१-८५१९	१-९७९९	२-२६०९
६७५३	१-८००९	१-९३५३	२-०७८९	२-३८६६
७३४०	१-८७३०	२-०२२४	२-१८२९	२-५४०४
७९४७	१-९४७९	२-११३४	२-२९२०	२-६९२८
८५७५	२-०२५८	२-२०८५	२-४०६६	२-८५४३
९२२५	२-१०६८	२-३०७९	२-५२७०	३-०२५६
९८९८	२-१९११	२-४११७	२-६५३३	३-२०७१

५० हे व्याजमुद्दल.

प. जेंझां व्याजाचा दर वर्षाचें कांहीं भागा
अर्धवर्ष, पाववर्ष, इत्यादि. तेझांपण हीचरी
असें आहे तर, त त्या मुदती दाखवितो.
त्या मुदतीचें व्याज मुद्दल.

प. जेव्हां कोणतेही मुद्दलाचें चक्रवाढी
मुद्दल करायाची इच्छा आहे तेझां तें या पुढी
जावें.

ति. जेझां मुदत एकवर्षाचा कोणताही
हो. पूर्वीरीतीनें एकरूपयाचें एकवर्षाचें
जावें. नंतर ती मुदत वर्षाचा कितवा भाग
यास मूळ प्रकाशक करून तितकें मूळ व्या
जमुदतीचें एकरूपयाचें व्याज मुद्दल झालें.
दलीनें गुणावें, हणजे इच्छिलेल्या मुद
त झालें.

ते. जेझां मुदत वर्षाचा कोणताही बरा
झां सांगितले मुदतीचे दिवस करावे
जावें. एकवर्षाचें व्याज मुद्दल आहे, त्यास
प्रकाशक करून तितकें मूळ व्याज जावें. तें
एकदिवसाचें व्याज मुद्दल झालें. मग
तीचे दिवस संख्या घातपर्यंत वाढवा

लानें गुणावें, तो गुणाकार
कामाचा तपशील करिते
गोणीं पडेल.

मे.

त ऐसाजे जो पैक्याचा लाभ
कर्जाचें व्याज, घर भूमि इ-
तन, वर्षासन, आणि बाळ
मुदतीचे मुदतीस पावतात.
मुदतीवर आहेत. या सर्वलाभां

माहे. वर्तमान आणि भवि-
ष्य पैका हातीं येण्यास आरं-
भ्य प्राप्तिल्लणजे पैका हातीं ये-
परंतु कांहीं मुदतीनें किंवा कां
झाल्यावर निश्चित हातीं ये-

पैके अवरुद्ध आहे. लक्षून पै-

तीस अवरुद्ध प्राप्ति ह्मणतात.
 द दोन आहेत. सावधि आणि निरवधि. सा
 ज्या प्राप्तीस काल मर्यादा आहे. ५ वर्षे,
 निरवधि प्राप्ति ह्मणजे ज्या प्राप्तीस काल म-
 ड निरंतर चालणारी.
 आज मुद्दल ह्मणजे अवरुद्ध प्राप्तीचें तित
 आणि मुद्दल यांची बेरीज.
 र्त्तमान किंमत ह्मणजे प्राप्तीचा आधार
 पेका एका एकीं देण्यास घेण्यास योग्य

अवरुद्ध प्राप्तीची वर्ष संख्या.
 याचें एक वर्षाचें व्याज मुद्दल.
 व्याज मुद्दल.
 र्त्तमान किंमत.
 र्त्तमान किंमत १ आहे. याज करि
 तीही दुसरी राशि जसा अ याची किं
 : ३ ही अ ची वर्तमान किंमत, जी ए
 ३ ही अ ची वर्तमान किंमत जी दोन

अची अक्षर चिह्ने.

०. $\frac{अ}{३}, \frac{अ}{४}, \frac{अ}{५}$ इत्यादि. या
 ती ३, ४, ५ इत्यादि वर्षी
 या सर्वोंची बेरीज.

$+\frac{अ}{३} + \frac{अ}{४} + \frac{अ}{५}$ इत्यादि.

$+\frac{अ}{३} + \frac{अ}{४} + \frac{अ}{५}) \times अ$ हीवे
 खेचे प्राप्तीची वर्तमान किंम
 प्राप्तीची किंमत या श्रेणीची अ
 परंतु सत्वर दिसते कीं ही
 आहे. जिचे प्रथमपद $\frac{अ}{३}$ गुणो
 याजकरिता या श्रेढीचे सर्व

$$\times अ = \frac{व-१}{व-१} \times \frac{अ}{व}$$

आहे. तेजां न गळ अनंत आ
 आहे. याजकरिता हें पद $\frac{अ}{व} = ०$
 हें ही $= ०$ आहे. या पासून क
 हें रूप होते, $व = \frac{अ}{३}$ ह्मण
 पयाचे एकवर्षाचे व्याजानें भा
 प्राप्तीची किंमत होतो.

जर व्याजाचा दर शंभरांस पांचोत्रा असेल
 $1 = 20$ अ हा निरवधिप्राप्तीची किंमत शं
 व्याजाचे दरानें आहे. आणि $1000 \text{ अ} \div 4 = 250$
 प्राप्तीची किंमत शेंकडा ४ रुपये व्याजाच्या
 आणि $1000 \text{ अ} \div 3 = 333 \frac{1}{3}$ अ ही निरवधि
 ३ रुपये व्याजाचे दरानें आहे इत्यादि.

४ रुपयाचें न वर्षांत व्याज मुद्दल = $\frac{व}{व-1}$ आ
 $\frac{व}{व-1}$ ही त्या मुद्दलावर वृद्धी झाली. परंतु
 व्याज किंवा प्राप्ती जी त्या वृद्धीवर आहे.
 व्याजकरितां.

$-1 : \frac{व}{व-1} :: \text{अ} : \text{म. ह्यणजे.}$

म आतां अवरुद्धप्राप्तीस जे वेगळाले प्र
 ते या पूर्वसमीकरणापासून निघती

$$\times \text{अ} = व \frac{व}{व-1}$$

$$\times \frac{\text{अ}}{\frac{व}{व-1}} = \frac{\text{म}}{\frac{व}{व-1}}$$

$$\text{म} = \frac{\frac{व}{व-1}}{\frac{व}{व-1}} \times व \frac{व}{व-1}$$

$$\frac{\text{ला. व}}{\text{व}} = \frac{\text{म. व} - \text{म} + \text{अ}}{\frac{\text{ला. व}}{\text{व}}}$$

$$\text{ला. व}$$

र भविष्यप्राप्तीची वर्तमान किं
वित्तों. आणि हें या प्रमाणें उ

वजा बाकी करून त्यांत प

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

व व्याज मुद्दल आणि वर्तमा

1 वर्षे पर्यंत या पुढील दो

ने निघेल.

प्रथम कोष्टक.

मासीचे चक्रवाढ व्याजाने व्याज मुद्दल.

कडा	दरशें कडा	दरशें कडा	दरशें कडा	दरशें कडा
रुपये ४ प्र.	रुपये ४ प्र.	रुपये ४ प्र.	रुपये ५ प्र.	रुपये ६ प्र.
००	१०००००	१०००००	१०००००	१०००००
५०	२०४००	२०४५०	२०५००	२०६११
६२	३१२७५	३१३७०	३१५२५	३१८३६
६९	४२४६५	४२७८२	४३१०९	४३३४६
५५	५४१६३	५४७०३	५५२५६	५६३७९
६२	६६३३०	६७१६८	६८०१८	६९७५३
५४	७८०८३	८०१८२	८१४२०	८३०३८
६०	९०२१४२	९३८००	९५४९२	९८९७५
६९	१०५८२८	१०८०२९	११०२६६	११४९१३
७५	१२००६९	१२२८८३	१२५७७८	१३१८०८
८१	१३४८६४	१३८४९१	१४२०६८	१४९७१६
८९	१५०२५८	१५४६४०	१५९१७९	१६८६९९
९५	१६६२६८	१७१५८८	१७७१३०	१८८८२९
१००	१८२८९८	१८९३२९	१९५८६६	२०१९५९
१०५	२०३२३६	२०७८४९	२१५७८६	२२२७६०
११०	२१८२४५	२२३७९३	२३६५७५	२४६७२५
११५	२३६९३५	२४३४९७	२५८४०४	२८२१२८
१२०	२५६४५४	२६८५५९	२८१३२४	३०९०९७
१२५	२७६७१२	२९०६३६	३०५३९०	३३७६००
१३०	२९७८९९	३१३७९४	३३०६६०	३६७८५६
१३५	३१९६९२	३३७८३९	३५७१८३	३९९८२७

जानें वर्तमान किंमत.

क्र.सं.	दरशेंकडा रुपये ६५ प्र.	दरशेंकडा रुपये ५५ प्र.	दरशेंकडा रुपये ६५ प्र.
१५	०.२५६९	०.२५२४	०.२४३४
६१	१.८७२७	१.८५९४	१.८३३४
७१	२.७४९०	२.७२३३	२.६७३०
१९८	३.५८७५	३.५४६०	३.४६५१
२९८	४.३९००	४.३२९५	४.२१२४
४२१	५.१५७९	५.०७५७	४.९१७३
५२०	५.८९२७	५.७८६५	५.५८२.४
६२७	६.५९५९	६.४६३२	६.२०९८
७५३	७.२६८८	७.१०७८	६.८०१७
१०९	७.९१२७	७.७२१७	७.३६०१
६०५	८.५२८९	८.३०५४	७.८८६९
८५१	९.११८६	८.८६३३	८.३८३८
८५७	९.६८२९	९.३९३६	८.८५२३
९६१	१०.२२२८	९.८९८६	९.२९५०
१८४	१०.७३८६	१०.७३०६	९.७१२३
५२३	११.२३४०	१०.८३७८	१०.१०५९
१६५७	११.७०७२	११.२७४१	१०.४७७३
६५९३	१२.१६००	११.६८९६	१०.८२७५
१७७९	१२.५९३३	१२.०८५३	११.१५८१
५९०३	१३.००७९	१२.४६२२	११.४६९८
०३९१	१३.४०४७	१२.८२१२	११.७६४१

प्राप्तीचे कितीएक सांगितले वर्षांचे सांगित
ते व्याज मुद्दल काढायाचे.

ष्टकांतून सांगितले वर्षांचे सांगितले व्या
करुपयाचे व्याज मुद्दल काढावे. आणि ते
ने गुणावे. तो गुणाकार सांगितले प्राप्ती
चे त्या दराने व्याज मुद्दल होईल. त्याची
ता वर्षे आणि दर निघेल.

५०० रुपये दर वर्षाची प्राप्ती. कांहीं नि
पर्यंत बंद राहिली असतां चक्रवाढ व्याज
ल रुपये ३३ प्रमाणे तितक्या वर्षांचे व्या
होईल?

मकोष्टकांत वर्षांखाली २० चे ओळींत रु
लीं एकरुपयाचे व्याज मुद्दल २८२७९७
यांणीं गुणून झाला गुणाकार १४१३९८५
रुपये ३ पावले ४० रे स हें इच्छितें व्याज मु-

सांगितले प्राप्तीची सांगितलीं वर्षे पर्यंत
वर्तमान किंमत काढायाची.

कांतून पूर्वप्रमाणे एकरुपयाची वर्तमा
नी. आणि ती सांगितले प्राप्तीने गुणावी.

त होईल.

दर वर्षाची प्राप्ति वर्षे २० प
र शेंकडा रुपये ३३ चक्रवा
मत्त काय होईल?

वर्षाखाली २० चे ओळींत
पयाची वर्तमान किंमत —
णीं गुणून झाला गुणाकार
० पावले ८० रेंज ही इच्छिली
र.

वर्षानंतर प्रतिवर्षी २०० रुप
दिवसा पासून ११ वर्षे पर्यंत
२१ वर्षांनी बंद होईल. तर
दर शेंकडा दरवर्षास ४ रुप
काय होईल?

त दोन मुदतीच्या बरोबर
काढून त्यांची वजाबाकी क

ले दोन किंमतींची वजाबाकी
तले प्राप्तीने गुणावी, तो गु
मत होईल.

२१००

त २१ वर्षांची वर्तमान किंमत १४००२९२
ची वर्तमान किंमत
वजाबाकी

८११०९

५९९८३

२००

११८३६६००

४

२०६४००

१००

६४००००

ये २ पावल ६४ रेंस, इल्लिनी वर्तमान किं

